Mr Farid Abidi Mathématiques	Révision bac 2020	Classes : 4 Sciences Tech Durée 3 h *** Coef. 3

Le sujet comporte quatre pages numérotées 1/4 , 2/4 , 3/4 et 4/4 - la page 4/4 est à compléter et à rendre .

<u>Exercice 1 :</u> *(4 points)*

Le tableau suivant donne la population d'une ville entre les années 1984 et 2014

Année	1984	1989	1994	1999	2004	2009	2014
Rang de l'année X	0	5	10	15	20	25	30
Population en milliers d'habitants Y	18	21	25	30	36	42	50

Partie A

1. Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine (D) de Y en X (les coefficients seront arrondis au centième).

2. Représenter le nuage des points associé à la série statistique (X, Y) puis tracer la droite (D) sur le graphique donné en annexe ci-jointe à la page 4/4

3. Déduire de cet ajustement une estimation de la population en 2017, à un millier près.

Partie B

1. L'allure du nuage incite à chercher un ajustement par une fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x)=\alpha e^{\beta x}$ où α et β sont deux réels.

Déterminer α et β tels que f(0) =18 et f(30) = 50. On donnera une valeur arrondie de β au millième.

2. Déduire de cet ajustement une estimation de la population en 2017, à un millier près.

3. La population en 2017 était de 54 milliers. Lequel des deux ajustements vous semble le plus pertinent ? Justifier.

<u>Exercice 2</u> *(5 points)*

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de variation est donné ci-contre.
On note par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f'(x)		+	0	-	
f	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0

On suppose que la courbe (C) passe par l'origine du repère et que $f'(0)=2e$.

1. Donner sans justification :

a) le signe de f(x) sur $\mathbb{R}$.

b) une asymptote à (C).

c) une équation de la tangente T à (C) en O.

2. On suppose dans toute la suite que , pour tout réel x, $f(x)=2xe^{1-x}$.

a) Montrer que (C) admet une branche parabolique au voisinage de $-\infty$ et donner sa direction.

b) Montrer que le point I de (C) d'abscisse 2 est un point d'inflexion.

c) Construire (C) et tracer (T).

3. a) A l'aide d'une intégration par parties , calculer l'intégrale $J=\int_0^1 xe^{1-x}dx$.

b) En déduire l'aire de la partie du plan limitée par (C) et la droite (OI).

<u>Exercice 3:</u> *(5 points)*

Une entreprise fabrique des composants électroniques. Parmi ceux-ci, 5% présentent un défaut et sont éliminés. Les autres sont livrés aux clients.

Parmi les composants livrés aux clients, 20% ont une durée de vie courte (moins de 2000 heures), les autres ont une durée de vie longue.

1. On prélève au hasard un composant dans la production. On nomme D l'évènement « le composant présente un défaut » et L l'évènement «le composant a une durée de vie longue ».

a) Donner p(D) et $p\left(L\middle|\overline{D}\right)$.

b) En déduire que p(L) $=0,76$.

c) Les évènements L et D sont-ils indépendants ?

Dans la suite de l'exercice, on s'intéresse seulement aux composants livrés aux clients.

2. On suppose dans cette question que la durée de vie X d'un composant suit une loi exponentielle de paramètre λ.

a) En utilisant la propriété que 20% des composants ont une durée de vie de moins de 2000 heures , démontrer que $\lambda=\frac{-\ln(0,8)}{2000}$.

b) Déterminer la probabilité qu'un composant ait une durée de vie supérieure à 6000 heures.

c) Sachant qu'un composant a déjà fonctionné pendant 2000 heures, quelle est la probabilité qu'il fonctionne en tout pendant plus de 7000 heures. On donnera la valeur exacte et une valeur arrondie au millième.

Exercice 4 : *(6 points)*

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$. On considère les points $A(1,1,0)$, $B(-1,2,1)$ et $C(0,1,1)$.

1. a) Déterminer les composantes du vecteur $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$.

   b) En déduire que les points A, B et C déterminent un plan (P) dont une équation est $x+y+z-2=0$.

2. Soit (Δ) la droite dont une représentation paramétrique est $\begin{cases} x=-1 \\ y=-1+3\alpha \\ z=1-3\alpha \end{cases}$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

Montrer que (Δ) est strictement parallèle à (P).

3. Soit t un réel et (S_t) l'ensemble des points M(x, y, z) de l'espace tels que $x^2+y^2+z^2+2x-2ty+2tz+t^2+t=0$.

   a) Montrer que, pour tout réel t, (S_t) est une sphère de centre $I_t(-1,t,-t)$ et de rayon $R_t=\sqrt{t^2-t+1}$.

   b) Montrer que , lorsque t varie dans $\mathbb{R}$, I_t décrit la droite (Δ).

   c) Calculer pour tout réel t, le volume V_t du tétraèdre $ABCI_t$.

4. a) Montrer que : (S_t) est tangente à (P) si et seulement si $t=-1$ ou $t=2$.

   b) Vérifier que les sphères (S_t) et (S_{1-t}) ont le même rayon.

   c) Déterminer t pour que le plan (P) coupe chacune des sphères (S_t) et (S_{1-t}) selon un cercle de rayon 2.

Annexe de l'exercice 4 à compléter et à rendre avec a copie

Nom de l'élève : ……………………………………………..   Classe : 4 S.Tec …