

**EXERCICE 1**

Dans le plan orienté on considère le carré direct **AKJI** de centre **O** et on désigne par **C** et **B** les symétriques de **A** respectivement par rapport à **I** et **K**.

1°/ faire la figure.

2°/ On pose  $f = h_{(A,2)} \circ t_{\vec{IA}}$

Déterminer  $f(C)$  puis caractériser  $f$ .

3°/ Soit  $g$  la similitude indirecte qui transforme **A** en **I** et **B** en **J**.

a) Déterminer les images par  $g$  des droites : **(KJ)** et **(BJ)**.

b) En déduire que  $g(J) = O$ .

4°/ a) Montrer que  $g$  admet un centre qu'on notera  $\Omega$ .

b) Montrer que  $\Omega$  est le barycentre des points pondérés : **(O,4)** et **(B,-1)** puis construire  $\Omega$ .

5°/ On désigne par  $\Delta$  la médiatrice de **[AI]**, on pose  $\psi = h_{(A,-2)} \circ s_{\Delta}$

a) Montrer que  $\psi = f \circ s_{(AI)}$

b) Donner la nature et les éléments caractéristiques de  $\psi$ .

**EXERCICE 2**

Dans le plan orienté, on considère un triangle direct **ABC** isocèle et rectangle en **A**. On désigne par **I**, **J**, **K** et **L** les milieux respectifs des segments **[AB]**, **[BC]**, **[AC]** et **[JC]**.

1°/ Faire une figure.

2°/ Soit  $f$  la similitude directe de centre **J**, qui envoie **A** sur **K**.

a) Déterminer l'angle et le rapport de  $f$ .

b) Justifier que  $f(K) = L$ .

c) Soit **H** le milieu du segment **[AJ]**. Justifier que  $f(I) = H$ .

3°/ On munit le plan du repère orthonormé direct  $(A, \vec{AB}, \vec{AC})$ .

Soit  $\varphi$  l'application du plan dans lui-même qui à tout point **M** d'affixe **Z** associe

le point **M'** d'affixe **Z'** tel que  $Z' = -\frac{1+i}{2} \overline{Z} + \frac{1+i}{2}$

a) Montrer que  $\varphi$  est une similitude indirecte de centre **C**.

b) Donner les affixes des points **I**, **K**, **J** et **H**.

c) Déterminer  $\varphi(I)$  et  $\varphi(J)$ .

d) Déduire alors que  $\varphi = f \circ s_{(IK)}$

**EXERCICE 3**

Soit  $(\zeta)$  un cercle de centre **I** et passant par **A**. On considère le point **B** tel que  $IA = IB$  et  $(\vec{IA}, \vec{IB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ ; **O** le milieu du segment **[AB]**. La demi droite **[OI)** coupe le cercle  $(\zeta)$  en un point **D**.

1°/ Soit  $S$  la similitude directe de centre **A** et qui envoie **I** en **O**.

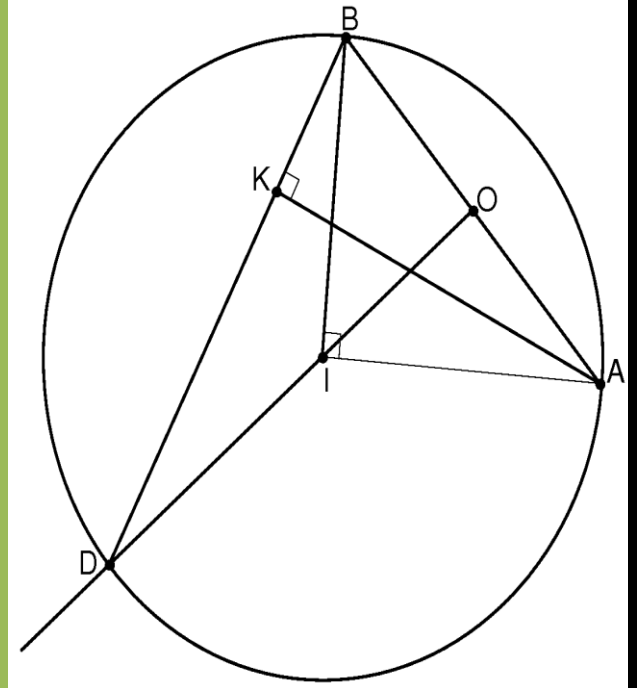
Déterminer le rapport et l'angle de  $S$ .

2°/ Soit  $K$  le projeté orthogonal de  $A$  sur  $(BD)$ .

- Montrer que le triangle  $ADK$  est isocèle et rectangle en  $K$ .
- En déduire que  $S(D)=K$ .
- Soit  $J$  le milieu de  $[AD]$ ; montrer que  $I$ ;  $J$  et  $K$  sont alignés.

3°/ Soit  $\sigma$  la similitude indirecte qui envoie  $J$  en  $K$  et  $K$  en  $A$ .

- Déterminer le rapport de  $\sigma$
- Soit  $\Omega$  le centre de  $\sigma$  Caractériser  $\sigma \circ \sigma$  déterminer  $\sigma \circ \sigma(J)$  et en déduire que  $\Omega = D$ .
- Déterminer l'axe de  $\sigma$  et montrer que  $\sigma(I) = H$  où  $H$  est l'orthocentre de  $ABD$ .



#### EXERCICE 4

On donne deux triangles  $ABC$  et  $ACD$  rectangles et isocèles tels que  $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$  et  $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$  On désigne par  $I = D * C$  et  $J = C * B$  et  $K = A * B$ .

1°/ Soit  $f$  la similitude directe de centre  $A$  qui transforme  $D$  en  $C$ .

- Déterminer le rapport et l'angle de  $f$ .
- Montrer que  $f(C) = B$  et  $f(I) = J$ .

2°/ Soit  $g$  la similitude directe telle que  $g(C) = B$  et  $g(B) = A$ .

- Déterminer le rapport et l'angle de  $g$ .
- Désignons par  $\Omega$  le centre de  $g$ . Déterminer  $g \circ g(C)$ ; caractériser  $g \circ g$  et en déduire que  $(\Omega A)$  et  $(\Omega C)$  sont perpendiculaire

- Déterminer  $g(J)$  puis montrer que  $(\overrightarrow{\Omega C}, \overrightarrow{\Omega J}) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$

3°/ Désignons par  $\Omega'$  le point d'intersection de  $(\Omega C)$  et la perpendiculaire de  $(AI)$  en  $A$ .

- Montrer que  $(\overrightarrow{A\Omega}, \overrightarrow{A\Omega'}) \equiv -\frac{\pi}{4}[2\pi]$
- Prouver que  $f(\Omega) = \Omega'$

