

EXERCICES CORRIGES : NOTIONS ASSERVISSEMENT LINEAIRE

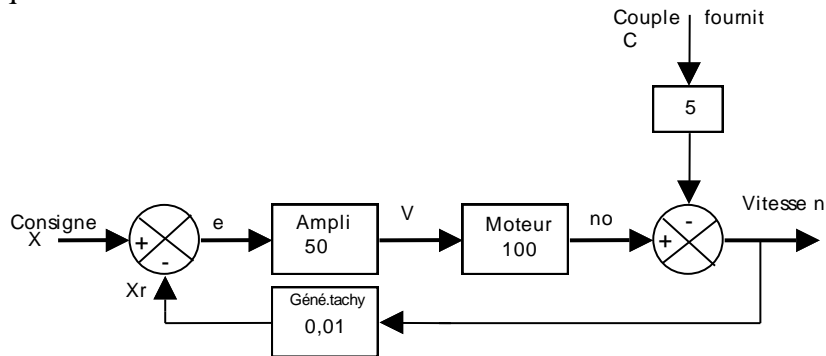
Exercice N° : Le principe de la régulation de vitesse

La vitesse de rotation n (en trs/mn) d'un moteur est reliée à la tension d'alimentation V et au couple C (en Nm) qu'il fournit par la relation suivante : $n = 100.V - 5.C$

Le moteur est dit « à vide » s'il ne fournit aucun couple et en « charge » lorsqu'il fournit un couple $C = 10Nm$.

1 – Pour une tension d'alimentation $V = 10 v$, calculer la vitesse à vide n_0 et en charge n . En déduire la variation relative de la vitesse due à la charge.

Pour améliorer le comportement de ce moteur vis-à-vis de la charge , on asservit sa vitesse à l'aide d'une génératrice tachymétrique selon le schéma fonctionnel suivant :



2 – Retrouver sur ce schéma fonctionnel les blocs qui traduisent l'équation précédente décrivant le moteur.

3 – Le moteur n'est pas chargé ($C = 0$) , établir la relation entre n et X et en déduire la valeur de la consigne X_0 qui donne une vitesse de rotation $n_0 = 1000\text{trs/mn}$

4 – Etablir la relation entre la sortie n , la consigne x et le couple C .

5 - Pour la valeur de la consigne X_0 calculée précédemment calculer la nouvelle valeur n_2 de la vitesse en charge et en déduire la nouvelle variation relative de vitesse.

6 – Conclure quand à l'efficacité mise en œuvre .Comment pourrait-on améliorer la régulation de vitesse .

Corrigé Exercice N°1 : Le principe de la régulation de vitesse

La vitesse de rotation n (en trs/mn) d'un moteur est reliée à la tension d'alimentation V et au couple C (en Nm) qu'il fournit par la relation suivante : $n = 100.V - 5.C$

Le moteur est dit « à vide » s'il ne fournit aucun couple et en « charge » lorsqu'il fournit un couple $C = 10Nm$

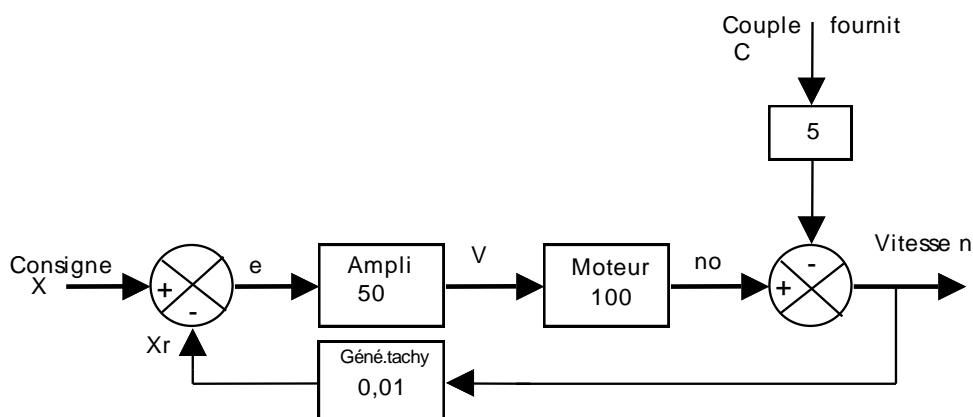
1 –la vitesse à vide n_0 et en charge n , variation relative de la vitesse due à la charge :

- **A vide** $C = 0$ et $n = n_0$ et pour $V = 10v$, on a $n = n_0 = 100V + 5.C = 100.10 + 0 = 1000\text{trs/mn}$.

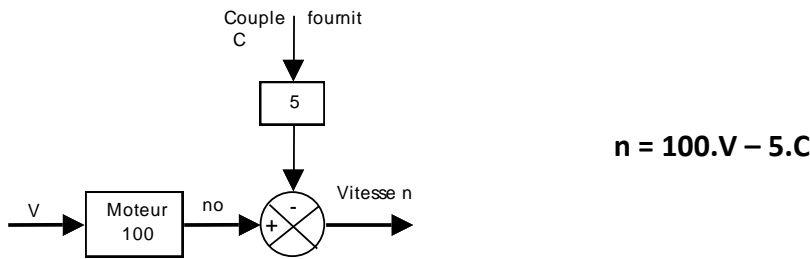
- **En charge** le moteur fournit un couple $C = 10Nm$ et $n = 100.10 - 5.10 = 950\text{trs/mn}$

- **La vitesse relative** :

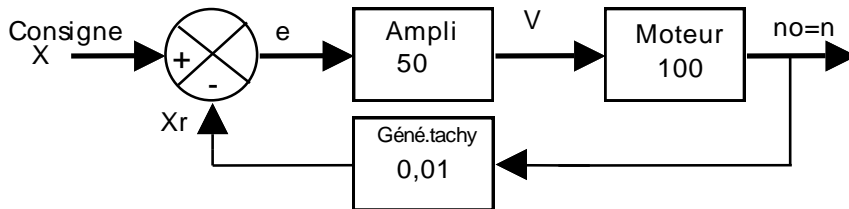
$$\frac{\Delta n}{n_0} = \frac{1000-950}{1000} = 0,05 = 5\%$$



2 –les blocs qui traduisent l'équation précédente décrivant le moteur :



3- Relation entre n et X et la valeur de la consigne X_0 :
 Pour $C = 0$ (moteur à vide), le schéma fonction est réduit à :



En appliquant la formule de Black :

$$\frac{n}{X} = \frac{50 \times 100}{1 + 0,01 \times 50 \times 100} = \frac{5000}{51} = 98,04 \Rightarrow n = 98,04X$$

Pour $n = n_0 = 1000 \text{ tr/mn}$, on $X_0 = \frac{1000}{98,04} = 10,2 \text{ volts}$

4 -Relation entre la sortie n , la consigne x et le couple C :

Le schéma fonctionnel dans le cas où $C \neq 0$ (moteur en charge) permet d'écrire :

$$n = (X - 0,01n) \times 50 \times 100 - 5C \Rightarrow n = \frac{5000}{1+50} X - \frac{5}{1+50} C$$

Ce qui donne : $n = 98,04X - 0,098C$

5 - Pour $X = X_0 = 10,2v$

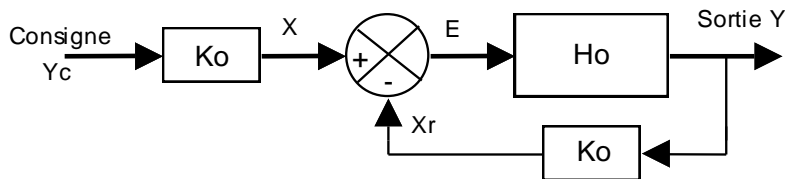
- Vitesse en charge : $n_2 = 98,04X_0 - 0,098C = 98,04 \times 10,2 - 0,098 \times 10 = 999 \text{ tr/mn}$
- Variation relative de vitesse :

$$\frac{\Delta n}{n_0} = \frac{1000 - 999}{1000} = 0,001 = 0,1\%$$

6 - Conclusion : La solution mise en œuvre a permis de réduire la variation de vitesse en charge de, cette augmentation peut conduire à l'instabilité .

Exercice N°2 : Système asservi en régime continu

Un système asservi peut être représenté en régime statique par le schéma fonctionnel suivant :



On donne la transmittance de la chaîne directe $H_0 = 1800$ et la chaîne de retour $K_0 = 0,1$.

1 - Donner l'expression littérale et la valeur numérique de la transmittance en boucle $T = \frac{Xr}{E}$

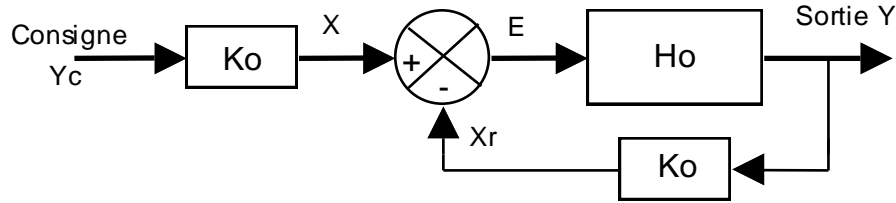
2 - Donner l'expression littérale et la valeur numérique de la transmittance en boucle fermée $T' = \frac{Y}{Yc}$.

3 - Pour une consigne $Yc = 10$, donner l'expression littérale puis calculer la valeur de X , Xr , E et Y .

4 - Donner l'expression littérale puis calculer l'erreur absolue $\varepsilon = Y - Yc$ de cet asservissement et l'erreur relative ε_r à une entrée constante.

5- Si on fait passer la transmittance de la chaîne directe à $H_0 = 3600$, que deviennent les erreurs absolue et relative. Comment faut-il choisir la valeur de H_0 pour avoir une erreur la plus faible possible.

Corrigé Exercice N°2 : Système asservi en régime continu



$H_o = 1800$, $K_o = 0,1$.

1 -Expression littérale et la valeur numérique de la transmittance en boucle $T = \frac{X_r}{E}$:

$$X_r = K_o.Y = K_o.H_o.E \Rightarrow T = \frac{X_r}{E} = K_o.H_o = 0,1 \times 1800 = 180$$

2 -Expression littérale et la valeur numérique de la transmittance en boucle fermée $T' = \frac{Y}{Y_c}$.

En appliquant la formule de Black :

$$T' = \frac{K_o.H_o}{1 + H_o.K_o} = \frac{T}{1 + T} = \frac{180}{1 + 180} = 0,99447$$

3 -Expression littérale puis la valeur de X , X_r , E et Y :

$$X = K_o.Y_c = 0,1.10 = 1 ; Y = \frac{X.H_o}{1 + K_o.H_o} = \frac{1.1800}{1 + 0,1.1800} = \frac{1800}{181} = 9,9447 ;$$

$$X_r = K_o.Y = 0,1.9,9447 = 0,99447 ; E = X - X_r = 1 - 0,99447 = 0,00553$$

4- Erreur absolue ε et l'erreur relative er :

$$\text{Erreur absolue : } \varepsilon = Y - Y_c = Y_c \frac{T}{1+T} - Y_c = Y_c \frac{1}{1+T} = 10 \frac{1}{1+180} = 0,05525$$

$$\text{Erreur relative : } er = \frac{Y - Y_c}{Y_c} = \frac{1}{1+T} = \frac{1}{1+180} = 0,0055 = 0,55\%$$

5- $H_o = 3600$:

Calculons la nouvelle transmittance T : $T = K_o.H_o = 0,1 \cdot 3600 = 360$

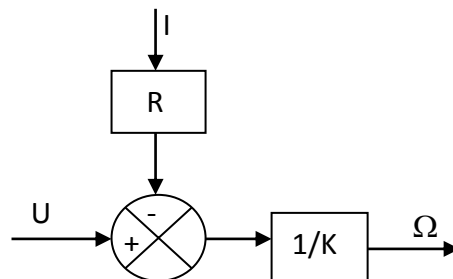
$$\text{Erreur absolue : } \varepsilon = Y_c \frac{1}{1+T} = 10 \frac{1}{1+360} = 0,028$$

$$\text{Erreur relative : } er = \frac{Y - Y_c}{Y_c} = \frac{1}{1+T} = \frac{1}{1+360} = 0,0028 = 0,28\%$$

On remarque que l'erreur diminue si le gain augmente .

EXERCICE N°3

Le mouvement de rotation du support d'un réflecteur par rapport à la plate forme est assuré par un moteur à courant continu à excitation indépendante . Ce moteur est représenté par son schéma fonctionnel ci-dessous :



1 - Exprimer Ω en fonction de U , R , I et K .

2 - Calculer la vitesse angulaire Ω dans les deux cas suivants sachant que $K = 0,32 \text{ V.S.rd}^{-1}$, $R = 0,32 \Omega$

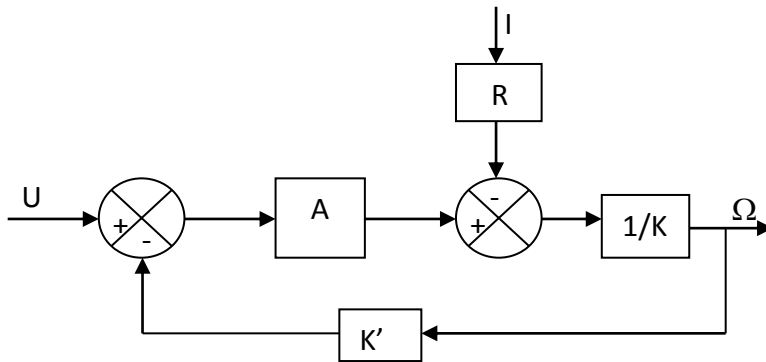
♦ 1^{er} cas : Pour $U = 100 \text{ v}$ et $I = 1 \text{ A}$ (moteur à vide) .

♦ 2^{ème} cas : Pour $U = 100 \text{ V}$ et $I = 20 \text{ A}$ (moteur en charge) :

♦ Barrer la mention fautive :

La variation du courant absorbé par le moteur (variation de la charge) entraîne une variation (**faible – importante**) de la vitesse angulaire Ω . Le moteur fonctionne en boucle (**ouverte-fermée**) . Il est (**stable-instable**) .

3 – Le moteur est maintenant inséré dans le schéma fonctionnel suivant :



a – Exprimer la vitesse angulaire Ω en fonction de U, I, R, A, K et K' .

b – Pour $A \gg \frac{K}{K'}$ on obtient $\Omega = \frac{U}{K'} - \frac{R}{A.K'} I$, on donne $K' = 0,032 \text{VS.rd}^{-1}$.

♦ 1^{er} cas : Pour $U = 10\text{v}$, $A = 1000$ et $I = 1\text{A}$ (moteur à vide) , calculer Ω .

♦ 2^{ème} cas : pour $U = 10\text{v}$, $A=1000$ et $I = 20\text{A}$ (moteur en charge) , calculer Ω .

♦ Barrer la mention fausse :

L'augmentation du courant absorbé par le moteur (variation de la charge) entraîne une variation (**faible – importante**) de la vitesse angulaire Ω . Le moteur fonctionne en boucle (**ouverte-fermée**) Il est (**stable-instable**) .

Corrigé Exercice N°3

1 – Ω en fonction de U, R, I et K :

Le schéma fonctionnel permet d'écrire : $\Omega = (U - RI) \frac{1}{K}$

2 –vitesse angulaire Ω dans les deux cas suivants sachant que $K= 0,32\text{V.S.rd}^{-1}$, $R = 0,32\Omega$

♦ 1^{er} cas : Pour $U = 100\text{v}$ et $I = 1\text{A}$ (moteur à vide) .

$$\Omega = (U - RI) \frac{1}{K} = (100 - 0,32 \times 1) \frac{1}{0,32} = 311,5 \frac{\text{rd}}{\text{s}} = 2974,6 \text{ trs/mn}$$

♦ 2^{ème} cas : Pour $U = 100\text{V}$ et $I = 20\text{A}$ (moteur en charge) :

$$\Omega = (U - RI) \frac{1}{K} = (100 - 0,32 \times 20) \frac{1}{0,32} = 292,5 \frac{\text{rd}}{\text{s}} = 2793 \text{ trs/mn}$$

♦ Barrer la mention fausse :

La variation du courant absorbé par le moteur (variation de la charge) entraîne une variation (**faible – importante**) de la vitesse angulaire Ω . Le moteur fonctionne en boucle (**ouverte-fermée**) . Il est (**stable-instable**) .

3 – a – Ω en fonction de U, I, R, A, K et K' .

Le schéma fonctionnel donne :

$$\Omega = [(U - K'\Omega)A - RI] \frac{1}{K} \Rightarrow \Omega \left(1 + \frac{AK'}{K} \right) = \frac{A}{K} U - \frac{R}{K} I$$

$$\text{d'où } \Omega = \frac{A}{K} \frac{1}{1 + \frac{AK'}{K}} U - \frac{R}{K} \frac{1}{1 + \frac{AK'}{K}} I$$

b – Pour $A \gg \frac{K}{K'}$ on obtient $\Omega = \frac{U}{K'} - \frac{R}{A.K'} I$, on donne $K' = 0,032 \text{VS.rd}^{-1}$.

♦ 1^{er} cas : Pour $U = 10\text{v}$, $A = 1000$ et $I = 1\text{A}$ (moteur à vide)

$$\Omega = \frac{U}{K'} - \frac{R}{A.K'} I = \frac{10}{0,032} - \frac{0,32}{1000 \cdot 0,032} 1 = 312,4 \text{rd/s}$$

♦ 2^{ème} cas : pour $U = 10\text{v}$, $A=1000$ et $I = 20\text{A}$ (moteur en charge) :

$$\Omega = \frac{U}{K'} - \frac{R}{A.K'} I = \frac{10}{0,032} - \frac{0,32}{1000 \cdot 0,032} 20 = 312,3 \text{rd/s}$$

◆ Barrer la mention fautive :

L'augmentation du courant absorbé par le moteur (variation de la charge) entraîne une variation (**faible – importante**) de la vitesse angulaire Ω . Le moteur fonctionne en boucle (**ouverte-fermée**) Il est (**stable-instable**) .