

Veillez présenter une copie propre et des réponses bien rédigées.

Exercice 1.....(3 pts)Les réponses aux questions de cet exercice seront présentées sur la feuille annexe.

A) Répondre par **vrai** ou **faux** sans justification aux assertions suivantes :

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $AB = AC = 2$ et $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -3$.

1. Le produit scalaire $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$ est égal à 7 .
2. L'ensemble des points M du plan tels que $\vec{AB} \cdot \vec{AM} = -3$ est la médiatrice du segment $[AB]$.
3. Soit E le point tel que $\vec{BE} = -3\vec{BC} + 7\vec{BA}$. Les droites (AC) et (BE) sont perpendiculaires.

B) Choisir **la** réponse exacte sans justification

I. Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{x - E(x)}$ où $x \mapsto E(x)$ est la fonction partie entière.

L'ensemble de définition de f est :

- a) \mathbb{R} . b) $[0, +\infty[$. c) $]-\infty, 0]$.

II. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ et \mathcal{C} sa courbe dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. La fonction g :
a) est paire. b) est impaire. c) n'est ni paire ni impaire.
2. Soient les droites $\Delta : y = -1$ et $\Delta' : y = 1$. La courbe \mathcal{C} est :
a) au-dessus de Δ' . b) au-dessous de Δ . c) au-dessus de Δ et au-dessous de Δ' .

Exercice 2.....(4,5 pts)

La courbe de la **figure 1** est celle d'une fonction h définie sur $]-\infty, 3]$ et non majorée.

1. Compléter les phrases suivantes :

- La fonction h est discontinue à en -1.
- La fonction h admet en un minimum qui vaut
- L'équation $|h(x)| = 1$ admet, dans $]-\infty, 3]$, solutions.

2. Déterminer l'image par h de chacun des intervalles suivants :

$]-\infty, -1[$, $[-2, 0]$ et $]-\infty, 3]$.

3. La restriction de h à l'intervalle $[-1, 1]$ est-elle impaire ? Justifier.

4. On donne $h(x) = -x|x|$ pour tout $x \in]-1, 1]$. On considère la fonction g définie sur $[-3, 3]$ vérifiant :

- g est **impaire**.
- g est **continue** sur $[-3, 3]$.
- $\forall x \in]-1, 3], g(x) = h(x)$.

Tracer la courbe de la fonction g puis expliciter $g(x)$ sur $[-3, 3]$.

Exercice3.....(4 pts)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} - \frac{3}{2} & \text{si } x < 1 \\ \sqrt{x-1} - \frac{1}{x^2} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$.

1. Déterminer l'ensemble \mathcal{D} de définition de f .
2. Montrer que f est continue en 1 puis montrer que f est continue sur \mathcal{D} .
3. a. Montrer que f est strictement croissante sur $[1, +\infty[$.
b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $[1, 2]$ une unique solution α et que $1,3 < \alpha < 1,4$.
c. Etudier le signe de $f(x)$ sur $[1, +\infty[$.

Exercice4.....(4pts)

Soit ABC un triangle équilatéral de côté a , I le milieu de $[BC]$, et D le symétrique de A par rapport à (BC) .

1. Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.
2. Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$?
3. a. Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD}$ en fonction de a .
b. Exprimer AI en fonction de a .
c. Montrer que $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}a^2$
4. a. Pour tout point M du plan, montrer que :
 - $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = MI^2 - \frac{a^2}{4}$.
 - $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = MA^2 + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{a^2}{2}$.b. En déduire l'ensemble (\mathcal{E}) des points M du plan tels que $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = \frac{a^2}{2}$.
c. Déterminer l'ensemble (\mathcal{F}) des points M du plan tels que $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = MA^2 - a^2$.

Exercice5.....(4,5 pts)

Dans la **figure2**, ABC est un triangle rectangle et isocèle en B tel que $(\widehat{BC}, \widehat{BA}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$, K est le point

d'intersection de $[BC]$ avec la bissectrice de \widehat{BAC} et J est le milieu du segment $[AC]$.

Soit I le point d'intersection de (AK) et (BJ) .

1. Montrer que $\det(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BJ}) = \frac{AC^2}{4}$.
2. Déterminer la mesure principale de $(\widehat{BC}, \widehat{CA})$; $(\widehat{AB}, \widehat{AK})$ et $(\widehat{BC}, \widehat{KA})$.
3. a) Démontrer que $(\widehat{BJ}, \widehat{KA}) \equiv (\widehat{KA}, \widehat{CB}) [2\pi]$.
b) Quelle est la nature du triangle BKI ? Justifier.
4. Soit (\mathcal{C}) le cercle de centre B et passant par K . (\mathcal{C}) coupe $[AB]$ en D .
 - a. Justifier que $\frac{\pi}{8}$ est une mesure de $(\widehat{DK}, \widehat{DI})$.
 - b. Représenter l'ensemble \mathcal{E} des points M du plan tels que $(\widehat{MK}, \widehat{MI}) \equiv \frac{\pi}{8} [2\pi]$.
 - c. Montrer que les points D, I et C sont alignés.

Feuille à rendre

Nom et Prénom.....

Exercice1

A)

Enoncé	Vrai ou Faux
1.	
2.	
3.	

B)

Enoncé	Réponse
I	
II.1.	
II.2.	

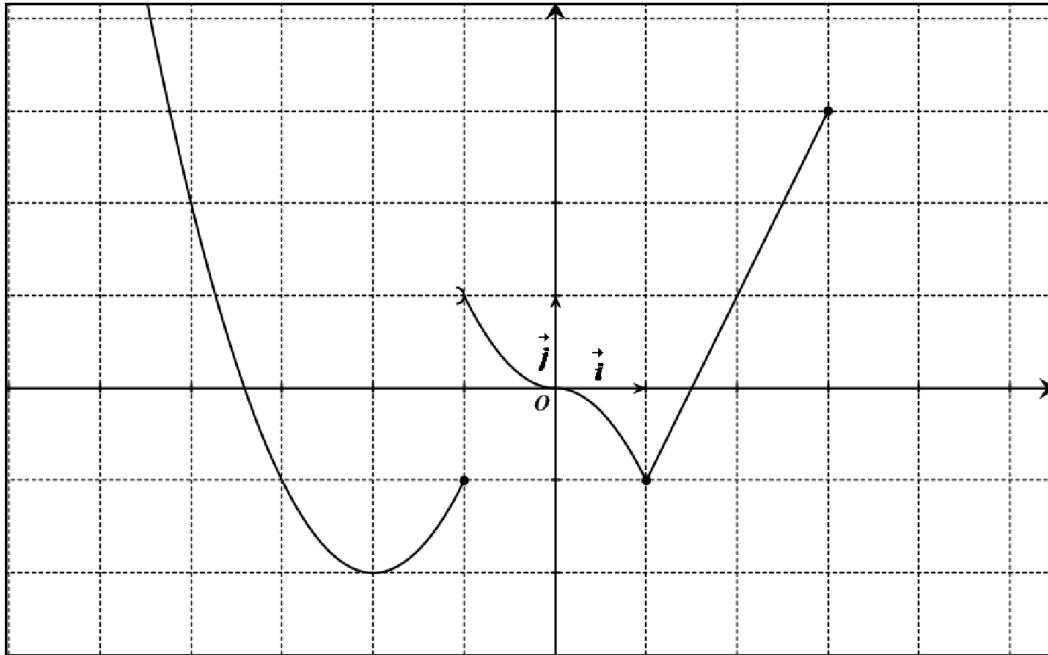


figure1

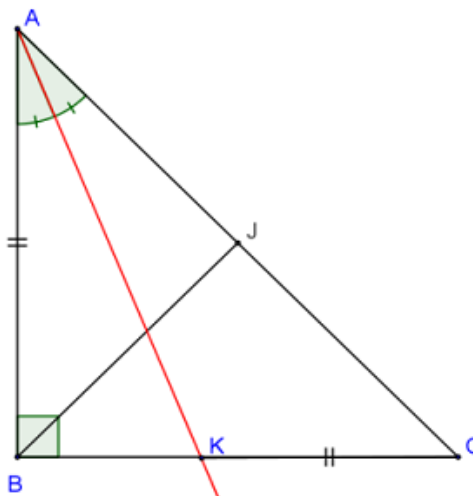


figure2