Exercice 1

Soit u la suite définie pour tout n de IN par $u_n = \dfrac{1}{(n-3)^2+1}$

1) Calculer u_0, u_1, u_2 et u_3
2) Etudier le sens de variation de u
3) Montrer que $0 \leq u_n \leq 1$

Exercice 2

Soit u la suite définie par $\begin{cases} u_0 = -1 \\ \text{pour tout n de IN} \quad u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2} \end{cases}$

1) Calculer u_1, u_2, u_3
2) Montrer que u est minorée par– 1
3) Montrer que u est majorée par 2
4) Etudier le sens de variation de u

Exercice 3

Soit u la suite définie pour $n \geq 1$ par $u_n = \dfrac{n^2}{2^n}$

1) Déterminer n_0 tel que pour $n \geq n_0$ on a $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} < \dfrac{3}{4}$ et en déduire le sens de variation de u

2) Montrer par récurrence que, pour $n \geq 5$, $u_n \leq (\dfrac{3}{4})^{n-5}$

3) En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

Exercice 4 :

Soit la suite u définie sur IN par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 1}{u_n + 2} \end{cases}$

1) Montrer que $0 \leq u_n \leq 1$

2) Etudier le sens de variation de u

3) Soit v la suite définie sur IN par $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 1}$ montrer que v est une suite géométrique

4) Exprimer v_n et u_n en fonction de n

5) Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

Exercice 5 :

On considère la suite u définie par : $\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n^2 + \dfrac{3}{16} \end{cases}$

BERREZIG

1) Montrer que pour tout n de IN on a : $u_n \in [\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$

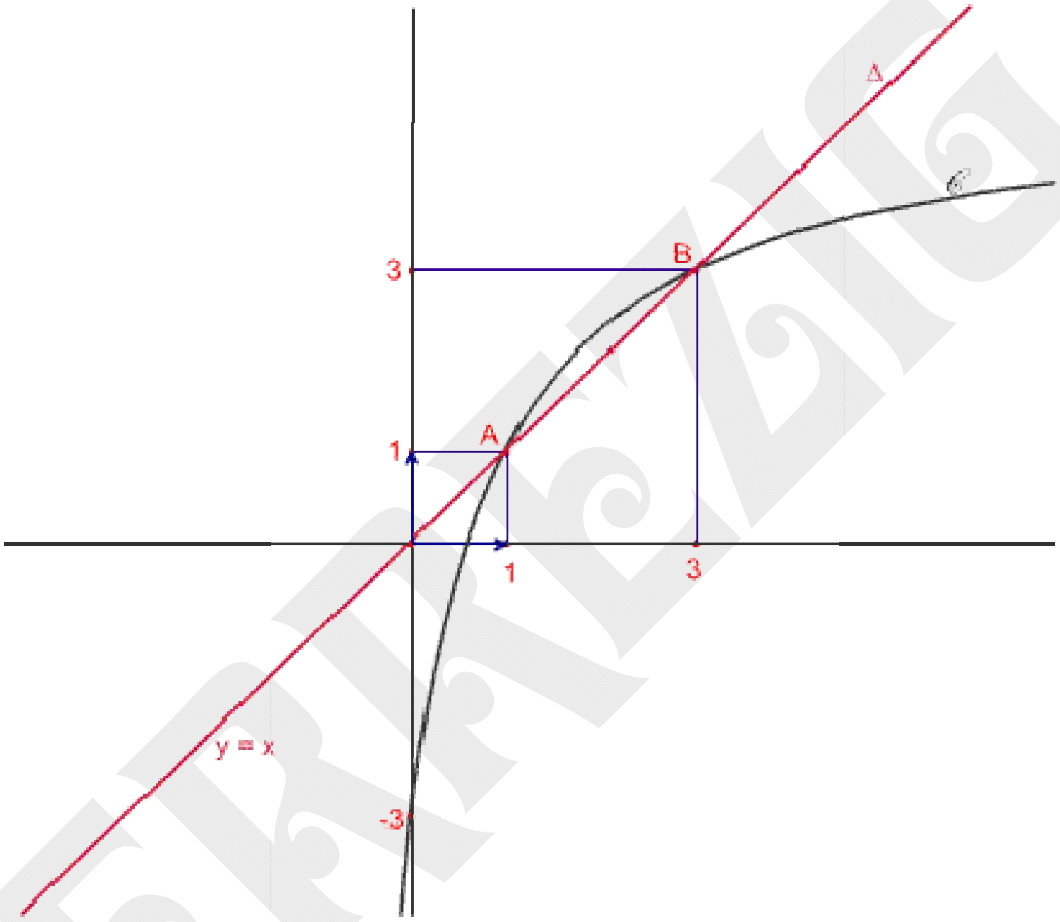
2) Montrer que pour tout n de IN on a : $\left|u_{n+1} - \frac{1}{4}\right| \leq \frac{3}{4}\left|u_n - \frac{1}{4}\right|$

3) En déduire que pour tout n de IN on a : $\left|u_n - \frac{1}{4}\right| \leq (\frac{3}{4})^n \times \frac{1}{4}$

4) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

Exercice 6 :

b)



On représente ci-dessus la courbe C d'une fonction f et la droite Δ : y=x

1) (u_n) la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ pour tout n $\in$ IN

Placer u_1, u_2, u_3 et u_4 sur l'axe des abscisses. Que peut-on dire de la suite (u_n) ?

2) (w_n) la suite définie par : $\begin{cases} w_0 = 2 \\ w_{n+1} = f(w_n) \end{cases}$ pour tout n $\in$ IN

a) placer les points w_0, w_1, w_2, w_3 et w_4

b) Justifier que $2 \leq w_n < 3$ pour tout n $\in$ IN

c) Justifier que (w_n) est croissante.

BERKEZIG

EXERCICE 7 :

On considère la fonction f définie sur $\left]-\frac{\pi}{2}\ ,\ \frac{\pi}{2}\right[$ par $f(x)=\frac{\tan x-\sin x}{x^2}$ si $x\neq 0$ et $f(0)=0$.

1) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.

2) Etudier la parité de f.

3) Montrer que f est dérivable sur $\left]-\frac{\pi}{2}\ ,\ \frac{\pi}{2}\right[\setminus\{0\}$ et calculer sa dérivée.

EXERCICE 8 :

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\cos(2x)-\cos^2 x$.

($\mathscr{C}$) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O\ ,\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\right)$

1) Montrer que f est périodique de période π.

2) a) Montrer que $f'(x)=-\sin(2x)$

b) Etudier f sur $[0\ ,\ \pi]$

c) Tracer ($\mathscr{C}$) sur $[0\ ,\ 2\pi]$

EXERCICE 9 :

Soit la fonction $f : x\mapsto 3\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$

1/ Résoudre dans $[0,\pi]$ l'équation : $f(x)=0$.
2/ Etudier f sur un intervalle d'amplitude la période de f .
3/ Dresser le tableau de signe de f.
4/ Tracer $\mathscr{C}$: courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O\ ,\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\right)$.

5/ Utiliser $\mathscr{C}$ pour tracer $\mathscr{C}'$ courbe représentative de la fonction g définie par : $g(x)=3\cos\left(2x+\frac{5\pi}{6}\right)$

BERREZIG