### N.B : Faire une figure pour chaque exercice, utiliser les indications et rédiger votre propre solution

### *EXERCICE1*

### On considère un triangle ABC isocèle en A.

### On désigne par D l’image de B par la symétrie Orthogonale d’axe (AC) et par I le milieu du segment .

### Soit f une isométrie laissant A invariant et transformant B et C respectivement en C et D.

### On pose g= f .

### 1. Déterminer g (A), g (B) , g (C)et g(I).

### 2. Montrer que g est une symétrie orthogonale.

### *Indications*

### On a f(A)=A , f(B)=C , f(C)=D

### g (A)= f(A) = (A)=A

### g (B)= f(B )= (C)=C

### g (C)= f (C) (D)=B

### soit J le milieu du segment , g(I)= f(I) (J)=I

### 2)g est la composée de deux isométries donc g est une isométrie

### et on a g (B)=C donc g est différent de l’identité

### g fixe deux points A et I d’où g=

### *EXERCICE2*

### Soit ABC un triangle équilatéral direct. On désigne par I le milieu de et par la droite passant par B et parallèle à (AC).Soit J un point de [BA] distinct de B.

### La droite passant par J et parallèle à (AC) coupe [BC] en un point K.

### 1. Caractériser et .

### 2. Identifier

### 3. Déterminer la position du point J sur [BA] pour que f soit la translation de vecteur

### *Indications*

### *1)*et étant parallèles est une translation

### Et puisque (BI) et B ,Idonc

### (et (JK) étant parallèles ; est une translation

### (BI) coupe (JK) en L et puisque (LI) donc =

### 2)==

### 3) =et = donc d’où L est le milieu de [BI]

### Par suite J est le milieu de [BA]

### *EXERCICE3*

### Soit OAB un triangle équilatéral direct. On désigne par la droite perpendiculaire à (OA) en O, par D la médiatrice de [AB] et par

### , et les symétries orthogonales d’axes respectifs (OA), (OB), et D.

### On note.

### 1. Montrer que où R est une rotation que l’on caractérisera.

### 2. Montrer que

### 3. Identifier f .

### *Indications*

### est la rotation de centre O et d’angle

### (2π)

### = =

### =

### 2)

### 3) ===

### *EXERCICE4*

### Soit ABC un triangle équilatéral direct et f une

### isométrie qui envoie A sur B et B sur C .

### 1. Montrer que si f n’admet pas de points invariants,

### alors f est une symétrie glissante.

### 2. On suppose que f admet un point invariant .

### a. Montrer que f n’est pas une symétrie orthogonale.

### b. Identifier alors f.

### *Indications*

### 1)f une isométrie telle f(A)=B et f(B)=C

### si f n’admet pas de points invariants, alors f et soit une translation ,soit une symétrie glissante

### si f est une translation et f(A)=B ,f(B)=C donne = impossible car A , B et C sont non alignés

### donc f est une symétrie glissante

### 2)i) si f est une symétrie orthogonale d’axe

### f(A)=B et f(B)=C donne et donc impossible car A , B et C sont non alignés

### ii) puisque f(A)A alors f n’est pas l’identité

### et f n’est pas une symétrie orthogonale donc f est une rotation

### Conclusion : f est une symétrie glissante ou f est une rotation

### Soit I le milieu de [AB]

### et J le milieu [BC]

### si f est une symétrie glissante d’axe et de vecteur alors

### f =

### I le milieu de [AB] et f(A)=B donc I

### J le milieu [BC] et f(B)=C donc J

### D’où =(IJ)

### On a ff= donc ff(A)=f (f(A))=f(B)=C d’ou par suite = =

### Si f est une rotation de centre O et d’angle

### On a f(A)=B et f(B)=C et le triangle équilatéral donc O est le centre du triangle ABC

### (2π)(2π)

### *EXERCICE5*

### On considère un rectangle ABCD. Soit I et J les milieux respectifs des segments

### 1. Soit l’isométrie

### a. Déterminer la droite pour que.

### b. En déduire que f est une symétrie glissante dont on déterminera l’axe et le vecteur.

### 2. Soit l’isométrie.

### a. Soit l’image de la droite (IJ) par la symétrie orthogonale d’axe (AB)

### Caractériser l’isométrie

### b. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de g.

### *Indications*

### 1) a)Puisque et

### Donne d’où est la médiatrice de

### b) puisque =+ donc =

### Donne =

### on a ==

### est directeur de donc est une symétrie glissante d’axe (IJ) et de vecteur

### 2)a) on a = et donc

### est directeur de ’

### =

### b) on a = et = ou =

### donc = =

### et est directeur de ’ donc est une symétrie glissante d’axe et de vecteur

### 

### *EXERCICE6*

### On considère un triangle ABC tel que

### AB= AC et (,)

### Soit I, Jet K les milieux respectifs de et

### On appelle R la rotation de centre I et d’angle

### et T la translation de vecteur

### On pose f = R T et g= T R .

### 1. a. Déterminer l'image de K par f et l'image de J par g.

### b. Préciser la nature et les éléments caractéristiques de f

### et de g.

### 2. a. Déterminer la nature de g .

### b. Chercher l’image de A par g .et caractérisé

### alors g ..

### c. Soit M un point du plan, n’appartenant pas à la droite

### (IJ) , est l’ image de M par f et est l’image de

### M par g.

### Montrer que le quadrilatère AC est un

### Parallélogramme.

### *Indications*

### 1)a)on a= donc T(K)=J

### et on a IJ = IK et(,) donc R(J)=K

### d’ou f (K)= R T(K)=R(J)=K

### g(J)= T R(J)=T(K)=J .

### b)f est la composée d’une rotation et une translation c’est la rotation de centre K et d’angle

### g est la rotation de centre J et d’angle

### 2)a) g est la composée de deux rotations d’angles et

### donc g est une translation.

### b) g (A)=g ((A))=g(I)=C d’où g est la translation de vecteur

### c)on a = f(M) et =g(M) ; M =

### donc = g (()) d’où =

### si M(IJ) alors f(M) f(IJ) d’où (AC)

### g(M)  g(IJ) d’où (AC)

### si M n’appartenant pas à la droite(IJ) alors =

### et ,A et C non alignes AC est un Parallélogramme.

### *EXERCICE 7*

### On considère dans un plan P orienté un triangle équilatéral ABC de sens direct. On désigne par I et J les milieux respectifs de [AB] et [AC] et par D le symétrique de A par rapport à C.

### 1) Soit f l'antidéplacement de P tel que : f(C) = A et f(A) = B.

### Montrer que f est une symétrie glissante dont on déterminera l'axe et le vecteur.

### 2) Soit g la similitude directe telle que : g(B) = D et g(l) = C.

### Montrer que g(A) = A et déterminer les éléments caractéristiques de g.

### 3) Soit le point défini par +2 =

### a- Justifier que h=fog est une similitude indirecte.

### b- Déterminer h( I ) et h(A).

### c- Vérifier que +2 =

### En déduire que h () =

### Déterminer le rapport et l’axe de la similitude h

### *Indications*

### 1) Soit f l'antidéplacement de P tel que : f(C) = A et f(A) = B.

### Si f est une symétrie orthogonale et f(C) = A donc f(A) = C et ona f(A) = B. d’où B=C impossible

### par suite f est une symétrie glissante d’axe et de vecteur

### passe par les milieux [AB] et [AC]donc =(IJ)

### On a ff= donc ff(C)=f (f(C))=f (A)= B. d’ou par suite = =

### 2) Soit g la similitude directe telle que : g(B) = D et g(l) = C.

### Soit M= g(A) donc g([AB])= [MD]

### I étant le milieu de [AB] donc g(l) est le milieu de [MD]

### D’où C est le milieu de [MD] par suite M=

### Or A= donc M=A

### Conclusion : g(A) = A

### g la similitude directe de centre A

### d’angle (2π)(2π) et de rapport r==2

### 3) a) h est la composée d’une similitude indirecte f et d’une similitude directe g donc c’est une similitude indirecte

### b) h(I ) =f(g(I))= f(C)=A et h(A)=f (g(A))=f(A)=B.

### c)Soit le point défini par +2 = ,

### est le barycentre des points (A,1) et(I,2)

### soit H=h() ,h conserve le barycentre donc

### +2 = ,d’où +2 = ,

### H est le barycentre des points (B,1) et(A,2) or ona +2 =

### est le barycentre des points (B,1) et(A,2)

### Conclusion :H= et h()= ; est le centre de h

### le rapport de f est 1 , le rapport de g est 2 donc le rapport de h est 2 ou( le rapport de h est : =2)

### l’axe de la similitude h est la bissectrice intérieur de

### puisque [AB]donc l’axe de h est la perpendiculaire a(AB)en

### *EXERCICE 8*

### On considère un triangle équilatéral ABC tel que (,)

### On désigne par I le milieu de [AC] et par K le milieu de [AB].

### 1.a. Montrer qu'il existe un unique antidéplacement f qui envoie B sur A

### et A sur C.

### b. Montrer que f est une symétrie glissante dont on déterminera l'axe et le vecteur.

### c. Soit D le symétrique de B par rapport à I. Montrer que f (C)= D .

### d. Soit D’=f (D) . Montrer que D’ est le symétrique de B par rapport à C.

### 2. Soit S la similitude directe qui envoie A sur B et I sur D.

### a. Déterminer le rapport et l'angle de S.

### b. Soit C le cercle de diamètre [ AB ]et C’ le cercle de

### diamètre [ID.] Montrer que C et C’ sont sécants en I

### et en un autre point .

### Montrer que est le centre de S.

### 3. Soit g = f 0 S . Déterminer la nature de g et ses

### éléments caractéristiques

### *Indications*

### 1)a)Puisque AB=AC et AB0 il existe un unique antidéplacement f

### Telle que f(B)=A et f(A)=C

### b)puisque f est antidéplacement et f(B)=A et f(A)B donc f n’est pas une symétrie orthogonale d’ou f est une symétrie glissante

### d’axe et de vecteur .

### passe par les milieux de [AB] et [AC]donc =(IK)

### On a ff= donc ff(B)=f (f(B))=f (A)= C. d’ou par suite = =

### c) On a == 2 donc ff (A) =D d’où f(C)=D

### d) soit D’=f(D) ,on a ff (C) =f(D) donc

### =2 =

### 2. Soit S la similitude directe telle que S(A)=B et S(I)=D

### Le rapport k== ==

### L’angle (2π)(2π)

### 3)g est une similitude indirecte

### On a S(A)=B ; f(B)=A S(I)=D ; f(D)=D’

### g(A) = f 0 S(A)=f(S(A))=f(B)=A donc g fixe A .

### g(I)=f(D)=D’

### on a CB=CA=CD’=a le triangle ABD’ est rectangle A

### AD’=a ,AI= le rapport k’==

### L’axe est la bissectrice intérieure de .