***EXERCICE1***

On donne dans un repère orthogonal les courbes(C) et () représentatives de deux fonctions définies et dérivables sur.

(C) coupe l’axe des abscisses au point d’abscisse et présente un maximum en

() coupe l’axe des abscisses au point d’abscisse

() et (C) se coupe en un point unique d’abscisse

On sait que l’une de ces fonctions notée f est une primitive de L’autre notée g

1) Associer à chacune des fonctions g et f sa représentation graphique. On justifiera le résultat en donnant un tableau où figureront le signe de g et les variations de f.

2) On donne f(x)=

a)calculer g(x) et compléter le tableau de variation de f.

b) calculer l’aire du domaine délimité par(), l’axe des abscisses et

les droites d’équations : x= et x=1

3) On donne F(x)=

a) calculer F’(x)

b) calculer l’aire du domaine délimité par(C), l’axe des abscisses

les droites d’équations : x= et x=1

4)a)soit h la fonction définie sur par h(x)=f(x)-g(x)

donner le signe de h(x)

 on donne la courbe de h et les droites d’équations :x=0,5 et x=0,6

b)Donner graphiquement un encadrement de d’amplitude 0,1

5)a)montrer que f(=

b) montrer que F(=

c)Donner une valeur approchée de l’aire du domaine limitée par(),l’axe des abscisses et les droites d’équations x= et x= 1

***Indications :***

1) notons et les deux fonctions de représentations respectives () et (C)

Pour x est positive  et est croissante

Pour x est négative et est décroissante ;

 est donc la dérivée de ou est une primitive

conclusion :la courbe (C) est celle de f et la courbe () est celle de sa dérivée g….

2)a)g(x) = f’(x)=

b)==f()-f(1)= u.a

3)a)F’(x)==f(x)

b)=

4) Pour x on a f(x)g(x)

Pour x on a f(x) g(x)

h()=0 et

5)a)On a f ()=g() equi = d’où Ln=…..

===(-3)-()=…

pour=0.5 =4,4-3=1,4 ua

pour=0.6 = 0,38 ua

***EXERCICE2***

On considère la suite () définie pour n entier naturel non nul par :

=

1) Calculer

**2)** À l’aide d’une intégration par parties, démontrer que, pour tout entier naturel n, supérieur ou égal à 1, on a : -

Calculer

.3)a)Montrer que la suite () est décroissante

b) Montrer que 0

c) en déduire que () est convergente,

***Indications :***

*1)* ===( -1)

2)=

On pose u(x)= donc u’(x)=(

V’(x)= donc v(x)=

= - = -

3)a)=

 pour d’ou …..

b) pour d’ou

***EXERCICE3***

 Pour x et n on pose =

On a représenter sa courbe ,pour certains valeurs de n

Il semble que chaque courbe coupe l’axe des abscisses en un point unique d’abscisse et que 1 3

Et que la suite des abscisses est croissante donc convergente

1) en étudiant les variations de sur ,montrer que l’équation

=0, admet une solution unique ,notée et que 1

2)a)calculer déduire la valeur de

b) montrer

c)déduire que la suite est croissante

d) montrer que la suite est convergente. on note sa limite

e)montrer que Ln=1 déduire la valeur de

3) soit=

a)montrer que =

b) déduire que (

c)soit ( ) n la suite définie par =

Montrer que pour

Déduire que la suite converge et déterminer sa limite

***Indications :***

1)=

st continue et strictement croissante sur et ()= donc l’équation

(1)= et()= donc 1

2)

a)= donc

b) =0 ; = =0d’ou =1 -

= = - =(-)=

D’où

c) puisqueest croissante la suite est croissante

d) la suite est croissante et majorée par donc convergente de limite et 1

la fonction Ln étant continue en donc : =

 on a 1 donc (1 - )=1 et on a =1 -

d’ou=1 donc

la suite converge vers e

3)

a) ===-()=-((1 - )-)=

b) 1 , la fonction Ln est croissante 1

(. d’où (

c) on a donc

 donc ( ; donc)

D’ou pour

la suite converge vers e²

***EXERCICE4***

 Pour n on pose =

1) calculer

2)a)montrer que

b) montrer que : 1+ + + …. ++=

c) montrer que  0

3) on pose =1+ + + …. +

Montrer que la suite converge et déterminer sa limite

 ***Indications***

1)=

on pose u(t)=1-t alors u’(t)=-1

 V’(t)= alors v(t)=2

= (()=+

2)a) =

 on pose u(t)= alors u’(t)=-1(

 V’(t)= alors v(t)=2

=( + 2()

= +

= d’où le résultat

b)En utilisant la relation de récurrence pour les différentes valeurs de n et faisant la somme terme a terme

……=…….

= -( + +……+)

=+ -( + +……+)

=-(1++ + +……+) d’où le résultat….

c)pour t ,on a 0 1-t 1 donc 0 1 et

 0

d’où 0 donc 0

3) on a: 0 et = -

par passage aux limites converge vers 0 et converge vers

***EXERCICE5***

 Pour n on pose =

et=

1)a)Montrer que 0 ; déduire

b) calculer

2) on pose =, avec n et

a) Montrer que = + et = +

b) En déduire que || puis calculer

3)a)Montrer que = +

b)En déduire que la suite =(n+1) est convergente et calculer sa limite

***Indications***

1)a) pour on a et

Donc d’où

Soit u(x)= donc u’(x)=

 V’(x)= don c v(x)=

= =

(car) d’où 0

b)==

=+ =

==

= (=

2)a)est une somme géométrique de premier terme 1 de raison(- ) et de nombres de termes

== = +

==1-++……..+ et

 =

D’ une part = + +…+

 Donc =1-++……..+=

D’autre part ==

= +

 D’où = +

b) pour on a et donc

 || = d’ou ||

 d’où

donc

3)a) =

On pose u’(x)= donc u(x)=

V(x)= donc v’(x)=

= =

Et on a = + donc =-)

= -) d’où = +

b) la suite =(n+1)=(n+1)( +

=+

***EXERCICE6***

 , on pose (x)=

1) étudier les variations de

(Étudier la dérivabilité en 0 ; inflexion au point d’abscisse 1 ; branche parabolique suivant l’axe des ordonnées)

 on donne dans un repère orthonormé

2)a) Montrer que est une bijection de sur et tracer la courbe dans le même repère.

b) Expliciter

c)Montrer que =e – 2

d) déduire l’aire du domaine délimité par, l’axe des abscisses et

les droites d’équations : x=0 et x=1

3) , par F(x)=

 et soit G(x)= F(x²)

a)Vérifier que G’(x)=2x ,

b) calculer

c)déduire l’expression de G(x) en fonction de x et

d) Retrouver la valeur de

on donne dans un repère orthonormé 

***Indications***

*1)*  ’(x)=)’=

= =+

 n’est dérivable a droite en 0 (représenter la demi tangente en (0,1))

’’(x)=

=

2)b)

Soit donc ; et

D’où

Par suite

 c) =

On pose donc

 donc

=

d) vérifier graphiquement que

3)

 G’(x)=2x F’(x²) or F’(x)=f(x)= ; F’(x²)=f(x²)=

Donc G’(x)=2x

b)= =2x-2(-1)=(2x-2)+2 (intégration par partie)

on a G(0)= F(0)=0 et donc G est la primitive de G’ qui s’annule en 0

(x)= = =(2x-2)+2

= F(1)=(1)=2

===2 ua

Vérifier que ; F(x) == (2- 2)+2