***Exercice1***

Soit le polynôme P(x) = – 2x – 21.

1)Montrer que si n est un entier tel que P(n) = 0, alors

n divise 21.

2) Déterminer l’ensemble des diviseurs de 21 et en

déduire une racine de P.

3) Résoudre l’équation P(x) = 0.

***Indications***

**1)P( )=0 equiv.**  – 2 – 21=0 equiv. (²-2)=21

**Alors /21**

**2){1,3,7,21}**

**P(1)=1-2-210**

**P(3)=27-6-21=0**

**P(7)=343-14-210**

**P(21)=9261-42-210**

3 est l’unique racine entière de P

2)vérifier la factorisation : P(x)=(x-3)(x²+3x+7)

***Exercice2***

1) Soit le polynôme f(x) = 8 – 16x – 3.

a. Montrer que si n est un entier naturel tel que

f(n) = 0, alors n divise 3.

b. En déduire que le polynôme f n’admet pas de racine entière.

2). On se propose de chercher si f admet une racine rationnelle positive.

Soit deux entiers naturels a et b premiers entre eux, vérifiant f() =0

a. Montrer que 8 – 16ab² – 3=0

b. En déduire que a divise 3 et que b divise 8.

c. Conclure.

***Indications***

1)b) si f(n) = 0, alors n divise 3.or **{1,3}**

f(1)=8-16-3**0**

f(3)=827 -163-3=216 -51**0**

f n’a pas de racine entière

2)a) si f() =0 alors 8 – 16() – 3=0 d’ou .

(8 – 16() – 3)=0 donc 8 – 16ab² – 3=0

b) 8 – 16ab² – 3=0 donne a(8a²-16b²)=3

d’où a divise 3 et puisque ab=1 a/3

8 – 16ab² – 3=0 donne 8=b(16ab+3b²)

d’où b divise 8 et puisque ab=1 b/8

c) a**{1,3} b {1,2,4,8}**

**{,  ;**  ; ; **; }**

f() = 8 – 16() – 3=1-8-3**0**

f() = 8 – 16() – 3= -4-3**0**

f() = 8 – 16() – 3=-2-3**0**

f() = 8 – 16() – 3=27-24-3=0

f(x) = 8 – 16x – 3.=(x - )(8x²+12x+2)

***Exercice3***

**A=2n+3 B=5n-2**

a) calculer AB pour n=1,n=2,n=3, n=8 ,n=27

**b)** calculer 5a -2b déduire les valeurs possibles de AB

c)vérifier que si n =19k+8 alors AB =19

***Indications***

b)5a -2b=5(2n+3)-2(5n-2)=15+4=19

Donc **Si d/a et d/b alors d/19 donc d=1 ou d=19**

c) si n =19k+8 alors A=2(19k+8)+3=19(2k+1)

B=5(19k+8)-2=19(5k+2)

***Exercice4***

**1) Soient A= n²+n et B=2n+1 (n )**

a) calculer AB pour n=1,n=2,n=3

b) **vérifier 4A +1=B² déduire** que A et B sont premiers entre eux

2) **Soient A= 15n²+8n+6 et B=30n²+21n+13**

a) calculer AB pour n=1,n=2,n=3

b) **vérifier B=2A +(5n+1) et A=3n(5n+1)+5n+6**

**et déduire AB**

***Indications***

**1)b)on a 4A +1=B² donc Si d divise A et d divise B alors d divise 1 donc d=1**

2)  **AB =A(5n+1)= (5n+6)(5n+1)= (5n+6)(5)=1**

Ou si d/A et d/B alors( d/5n+1etd/5n+6)

donc d/(5n+6)-(5n+1) d’ou d/1

***Exercice5***

**1)Montrer que 6 divise avec (n)**

**2)Quel est le reste de par 6**

**3)a) Montrer que 6 divise avec (n)**

**b)Quel est le reste de par 6**

***Indications***

1)Par récurrence sur n :pour n=0, **=6 divisible par 6**

On suppose que **6 divise ,donc**

**=6k (k)**

**montrons 6 divise =**

**=25 =25(6k-1)+1=625k-64**

**2) ==6k-1=6k’+5 avec k’= k+1donc le reste par 6 est 5**

3)a)

**= 5**

**=5(6k +))**

**=65k + 3 +2)**

**=65k + 3 +2**

=**65k + 3 +2**

**=6(5k + +)**

**b) =6k**

**6p+5=6k**

**=6p-6k+6 multiple de 6**

**le reste de par 6 est 0**

***Exercice6***

**Résoudre dans chacun des systèmes ci-dessous.**

**1)**

***Indications***

**Soit d = x y donc d divise 56 = 7 et**

**d divise 105=3 5 7**

**d’où d divise 56105 =7 par suite d=1 ou d=7**

**si d=1 alors xy = 105 donc x²-56x+105=0……..**

**si d = 7alors xy = 735 donc x²-56x+735=0……..**

**(21 ;35) ;(35,21)**

**Réciproquement :21+35=56 21 35=105**

**={ (21,35) ;(35,21)}**

**2)**

***Indications***

**Soit d = x y**

**x=dx’ et y=dy’ avec x’ y’ = 1**

**16(x’+y’)=320 donne x’ + y’=20 avec x’ y’ = 1**

**Si x’=1alors y’=19 et x=16 ,y=1619=304**

**Si x’=3 alors y’=17 et x=163=48 , y=1617=272**

**Si x’=7 alors y’=13 et x=167=112 , y=1613=208**

**Si x’=9 alors y’=11 et x=169=144 , y=1611=176**

**={ (16,304) ;(48,272) ; (112,208) ;(144,176) et leurs symétriques}**

**3)**

***Indications***

**Soit d = x y donc d divise 4625 et d divise 440**

**Vérifier que 4625 440=5 d’ou d=1 ou d=5**

**Si d=1 alors le système devient**

**Donne (x+y)²-2xy=4625 donc(x+y)²=5505**

**xet y des entiers et 5505 n’est pas un carré parfait donc le système n’a pas de solution**

**Si d=5 alors le système devient**

**(x+y)²-2xy=4625 donc(x+y)²=9025=95²**

**Ce qui donne x+ y=95**

**x=5x’ et y=5y’ avec x’ y’ = 1 donc x’ + y’=19**

**et donne x’y’=88**

**x’ et y’ sont solutions de x²-19x+88=0**

**x’=8 et y’=11 d’où x=40 et y=55**

**={ (40,55)}**

**4)**

***Indications***

**x=8x’ et y’=8y’ avec x’y’=1**

**devient x’²-y’²=85 donc**

**(x’-y’)(x’+y’)=175**

**Avec les conditions sur x’ et y’on aura :x’=43ety’=42**

**Ou x’=11et y’=6**

**={ (344,336) ;(88 ;48)}**

**5)**

***Indications***

**x=18x’et y=18y’ avec x’y’=1**

**on a donc**

**par suite 18x’y’=540 ce qui donne x’y’=30**

**(x’ ;y’)(1,30)( 2 ;15)(3 ;10)(5 ;6) et leurs symétriques}**

**={ (18,540) ;(36 ;270) ; (54,180) ;(90 ;108) et leurs symétriques }**

**6)**

***Indications***

**Soit d= et x=dx’ ; y=dy’ avec x’y’ = 1**

**L’équation devient x’ – y’=1 et x’=1+y’**

**L’équation devient dx’dy’=72donc dx’y’=72 d’où d(1+y’)y’=72**

**y’ et y’+1deux diviseurs consécutifs de 72**

**{1,2,3,4,6,8,9,12,18,24,36,72} y’1,2,3,8} d36,12 ;6 ;1}**

**(x’ ;y’)(2,1) ;(3,2) ;(4,3) ;(9,8)}**

**Si d=1 alors x’=9 et y’=8**

**Si d=6 alors x’=4 et y’=3 donc x=24 et y=18**

**Si d=12 alors x’=3 et y’=2 donc x=36 et y=24**

**Si d=36 alors x’=2 et y’=1 donc x=72 et y=36**

**7)**

***Indications***

**Soit d= ; m= donc**

**devient :d+d²=156 ou d(d+1)=156**

**d²+d-156=0 a pour solutions 12et -13 d’ou d=12**

**ou : d et d+1 deux diviseurs consécutifs de 156**

**{1,2,3,4,6,8,9,12,13,26,39,52,78,156} ce qui donne d=12 et m=144**

xy=dm donne **12x’ 12y’=12144 donne x’y’=12**

**avec  =1 ;**

**x’ et y’deux diviseurs de 12 premiers entre eux**

**or {1,2,3,4,6,12} donc x’=1et y’=12ou x’=3et y’=4**

**={ (12,144) ;(36 ;48)  et leurs symétriques }**