

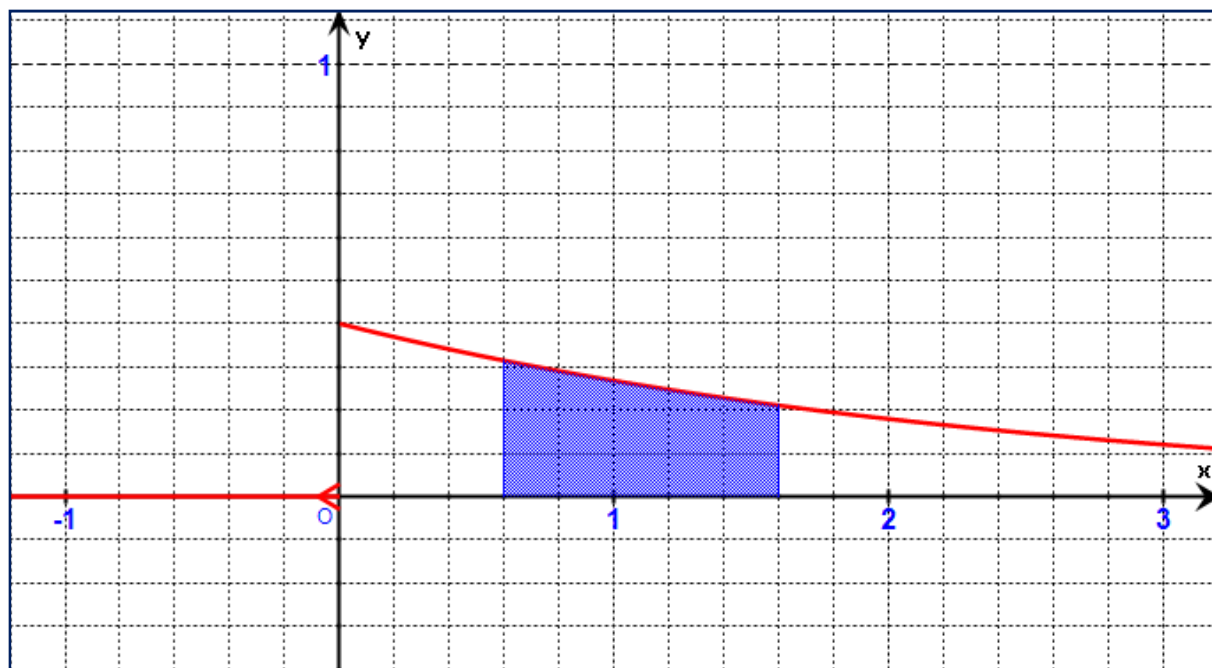
Exercice1 Vrai ou faux(3pts)

La durée de vie en années d'un composant électronique est une variable aléatoire X qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$. La fonction densité de probabilité f est représentée ci-dessous.

La courbe de f coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0;0.4)$.

Répondre par vrai ou faux sans justification aux assertions suivantes :

1. La durée de vie moyenne est 30 **mois**.
2. La probabilité de l'évènement $X \in [0.6;1.6]$ est inférieure ou égale à 0.2 .
3. Dans un lot de 10 composants tous identiques et fonctionnant de manière indépendante, la probabilité arrondie au millième qu'au moins un composant soit encore en marche au bout de 2 années est 0.997 .

**Exercice2.....(6pts)**

Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(0) = 0$ et $f(x) = x^2(\ln x - 1)$ si $x > 0$.

On désigne par (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. a) Montrer que f est dérivable à droite en 0. Interpréter graphiquement le résultat.
b) Montrer que (Γ) admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
c) Etudier la position de (Γ) par rapport à l'axe des abscisses.
2. a) Montrer que pour $x > 0$, $f'(x) = x(2\ln x - 1)$.
b) Dresser le tableau de variation de f .

c) Tracer la courbe (Γ) ainsi que sa demi-tangente au point O et sa tangente horizontale.

3. a) Montrer que le point A d'abscisse $\frac{1}{\sqrt{e}}$ est un point d'inflexion pour (Γ) .

b) Déterminer l'équation réduite de la tangente T à la courbe (Γ) au point A .

4. Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = \ln x - 1$ qui sera représentée par la courbe \mathcal{C} .

a) Etudier la position de (Γ) par rapport à \mathcal{C} .

b) Tracer la courbe \mathcal{C} dans le même repère.

c) A l'aide d'une intégration par parties, calculer l'aire du domaine plan limité par les courbes (Γ) et \mathcal{C} .

Exercice3.....(5pts)

Le tableau suivant donne le pourcentage des familles tunisiennes possédant au moins un ordinateur

Année i	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6
Pourcentage y_i des familles	7,2	7,9	9,6	11,8	14,4	16,4

Source : I.N.S

(Les valeurs demandées seront données à 10^{-2} près).

1. Déterminer \bar{x} , \bar{y} et σ_x .

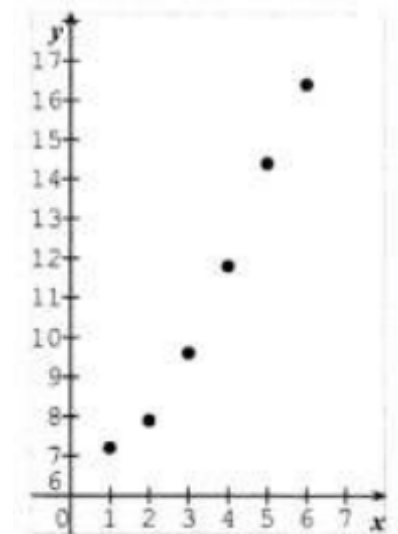
2. Le nuage de points de la série statistique (x_i, y_i)

représenté ci-contre suggère un ajustement exponentiel.

On pose alors $z_i = \ln(y_i)$ pour tout $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

a) La droite de régression de z en x , obtenue par la méthode des moindres carrés a pour équation $z = \alpha x + \beta$. Donner les expressions de α et β en fonction de $Cov(X, Z)$, σ_x , \bar{x} et \bar{z} .

b) Compléter le tableau suivant :



x_i	1	2	3	4	5	6
z_i			2,26			2,80

c) Donner les valeurs de \bar{z} et $Cov(X, Z)$ et en déduire les valeurs de α et β .

3. a) Déterminer σ_z et $r(x, z)$. Justifier alors le choix de l'ajustement linéaire de z en x .

b) Vérifier que $y = a.e^{bx}$ (on donnera une valeur approchée à 10^{-2} près pour chacun des réels a et b).

c) D'après cet ajustement, quel serait le pourcentage des familles tunisiennes possédant au moins un ordinateur en 2015 ?

Exercice4.....(6pts)

La durée de vie en années d'un engin est une variable continue X qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$. Des études de qualité ont permis d'estimer que la probabilité que cet engin ne tombe pas en panne au bout de 3 années est 0.472 c'est-à-dire $p(X > 3) = 0.472$.

Les résultats seront arrondis au millième sauf autre consigne.

1. Montrer que la valeur de λ est 0.25.
2. Calculer la probabilité de chacun des évènements :
A : « L'engin tombe en panne au bout de 5 années ».
B : « L'engin ne subit aucune panne entre 2 et 5 années ».
S : « L'engin demeure en état de marche au moins 2 années ».
3. On désigne par G la durée de garantie assurée par l'usine. 40 % des clients ont été dépannés.
Montrer qu'au mois près cette garantie est 25 mois.
4. Un lot contient n engins identiques et fonctionnant d'une manière indépendante. On désigne par Y la variable aléatoire égale au nombre d'engins dont la durée de vie dépasse 2 années.
 - a) Donner la loi de probabilité de Y .
 - b) Pour $n = 6$, déterminer la probabilité qu'au moins un engin ait une durée de vie supérieure à deux années.
 - c) Déterminer le plus petit entier naturel n_0 tel que pour $n \geq n_0$; $p(Y \geq 1) \geq 0.9999$.
 - d) Pour cette valeur de n_0 , estimer le nombre d'engins en état de marche au bout de deux années.