

DEVOIR DE SYNTHESE N°2

---:---:---:---:---  
MATHEMATIQUES

Durée : 2 heures

Date : 04 Mars 2014

---:---:---:---:---

La clarté des explications et le soin apporté à la présentation seront pris en compte dans l'évaluation des copies.

EXERCICE 1 : ( 7 POINTS)

Soit  $(u_n)$  la suite définie par :  $u_0 = 0$  et  $u_{n+1} = 4u_n + 9$

- 1) Calculer  $u_1, u_2$  et  $u_3$ .  $u$  est-elle une suite géométrique ?
- 2) On pose pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n = u_n + 3$ 
  - a) Montrer que  $v_{n+1} = 4u_n + 12$
  - b) En déduire que  $v$  est une suite géométrique de raison 4.
  - c) Exprimer alors  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- 3) On pose  $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$  et  $S' = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$   
Montrer que  $S = 4^n - 1$  en déduire  $S'$

EXERCICE 2 : ( 5 POINTS)

Dans la figure ci-jointe, ABC un triangle rectangle en A inscrit dans le cercle  $\mathcal{C}$  de rayon R.

- 1) a) Construire  $O'$  l'image de O par l'homothétie  $h$  de centre C et de rapport  $-\frac{1}{2}$ 
  - b) Construire  $\mathcal{C}'$  l'image de  $\mathcal{C}$  par l'homothétie  $h$ .
- 2) a) Soit I le symétrique de B par rapport à C, Montrer que C est l'image de B par l'homothétie  $h'$  de centre I et de rapport  $\frac{1}{2}$ 
  - b) Montrer que  $h'(\mathcal{C}) = \mathcal{C}'$
  - c) La parallèle à (AB) passant par C coupe (AI) en  $A'$ . Montrer que  $h'(A) = A'$ , déduire que  $A'$  appartient à  $\mathcal{C}'$

EXERCICE 3 : ( 8 POINTS)

Les question I, II et III sont indépendantes

I- Déterminer la valeur des réel suivants

- a)  $A = \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$
- b)  $B = \sin^2\left(\frac{\pi}{10}\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi}{10}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{10}\right) + \sin^2\left(\frac{4\pi}{10}\right)$

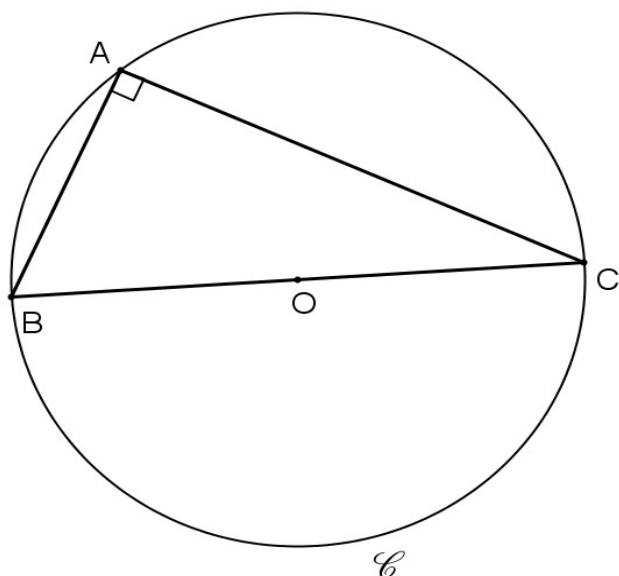
II- Soit  $x \in ]0, \pi[$ , montrer l'égalité :  $\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{2}{\sin^2 x}$

III- Soit ABC un triangle, d'aire  $6\sqrt{3}$ , tel que  $AB = 6$  et  $AC = 4$  et  $\hat{A} \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

- a) Montrer que  $\sin \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{2}$  en déduire l'angle  $\hat{A}$
- b) Calculer BC.
- c) Déduire  $\sin \hat{B}$  et  $\sin \hat{C}$

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 2



Nom et prénom :

classe : 2 Sc info N° :

Professeur : Mr BERREZIG