Devoir de contrôle n°3

4e Maths **Prof : M. BERREZIG**

Exercice 1 :

Pour chacune des propositions suivantes, une seule réponse est exacte. Laquelle ? Justifier votre réponse.

P est un plan muni d'un repère orthonormé

1) L'ensemble des points M (x,y) de P tels que $4(x-8)^2+9(y+5)^2=36$ est une ellipse d'excentricité

a) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ B $\frac{2}{3}$ c) $\frac{\sqrt{5}}{4}$

2) L'ensemble des points M (x,y) de P tels que $4x^2- 9y^2 +2x-2y -8 = 0$ est

a) Une ellipse b) Une hyperbole c) Parabole

3) Si une hyperbole a des asymptotes perpendiculaires alors son excentricité :

a) est égale à 2 b) est égale à $\sqrt{2}$ c) est égal à $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{\frac{1-x}{2}}$ et soit C sa courbe représentative dans un R.O.N $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a- Dresser le tableau de variation de *f*.

b- Montrer que la courbe C admet un point d'inflexion dont on précisera les coordonnées. Tracer C.

c- Montrer que pour tout $x \in [0,1]$, on a : $0 \le f(x) \le 1$.

2) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $I_n = \frac{1}{n!\,2^{n+1}}\int_0^1 x^n e^{\frac{1-x}{2}}dx$ et $u_n = 1+\frac{1}{1!2}+\frac{1}{2!2^2}+...+\frac{1}{n!2^n}$.

a- Donner la valeur de I_1 et montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $I_{n+1} = I_n - \frac{1}{(n+1)!2^{n+1}}$.

b- Démontrer, par récurrence, que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \sqrt{e} - I_n$.

c- Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $0 \le I_n \le \frac{1}{n!2^{n+1}}$.

d- En déduire la limite de u_n.

Exercice 3 :

On dispose de deux urnes U_1 et U_2. L'urne U_1 contient 2 boules rouges et 4 boules vertes. L'urne U_2 contient 3 boules rouges et 2 boules vertes.

1) On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne U_1. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de boule vertes obtenues. Déterminer la loi de probabilité de X.

2) On tire successivement avec remise 3 boules de l'urne U_2.

a- Quelle est la probabilité pour qu'une boule verte apparaisse pour la 1ère fois au deuxième tirage.

b- Soit Y l'aléa numérique égale au nombre de boules vertes tirées. Calculer la variance de Y.

3) On lance un dé truqué dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et telle que la probabilité d'apparition d'une face impaire est $p = \frac{3}{7}$.

- Si on obtient une face impaire, on tire simultanément trois boules de l'urne U_1.
- Sinon on tire successivement avec remise trois boules de l'urne U_2.

a- Calculer la probabilité de l'événement E : « avoir trois boules vertes ».

b- Sachant que les 3 boules obtenues sont vertes, calculer la probabilité pour qu'elles proviennent de l'urne U_1

Exercice 4

1°) Déterminer deux entiers relatifs u et v tels que $3u + 5v = 1$.

2°) On considère, dans le plan rapporté à un repère orthonormé, la droite D d'équation $3x + 5y - 1 = 0$

En utilisant le résultat du 1°), déterminer un point du plan à coordonnées entières appartenant à D.

3°) On cherche à déterminer tous les points du plan à coordonnées entières appartenant à D.

Soit M(x ; y) un point à coordonnées entières appartenant à D.

a) Démontrer que $3(x - u) = 5(v - y)$ (u et v étant les nombres trouvés dans la première question)

b) En déduire qu'il existe un entier relatif k tel que : $x - u = 5k$ et $y - v = -3k$

c) Justifier que l'ensemble des points à coordonnées entières de D est l'ensemble des points de coordonnées $(u + 5k ; v - 3k)$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

d) Déterminer tous les points à coordonnées entières de D appartenant aussi au disque de centre O et de rayon 10.

DEARREZ36