Lycée Cité Ennozha Zaghouan	Devoir de contrôle N°3	Proposé par Mr KHEMIRI Fawzi
Année Scolaire 2013/2014	Durée : 2 heures	Classe 4^{ième} Sc Techniques

Exercice 1 (4,5 pts)

Partie A (Q.C.M)

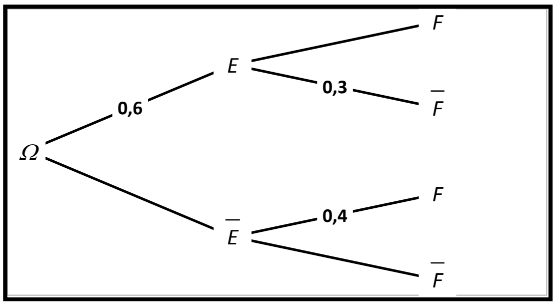
Choisir la seule réponse exacte **sans** justification

1) Soit Ω un univers, *p* une probabilité définie sur $\wp(\Omega)$ et *A* et *B* deux événements **indépendants** tels que $p(A)=0.5$ et $p(B)=0.6$. La probabilité de l'événement $A\cup\overline{B}$ est égale à :

a) 0.9 **b)** 0.3 **c)** 0.6

2) Une urne contient 12 boules indiscernables au toucher dont **3** sont blanches, **4** sont rouges et **5** sont vertes. On tire simultanément trois boules de cette urne. La probabilité d'avoir au moins deux couleurs est égale à :

a) $\dfrac{41}{44}$ **b)** $\dfrac{3}{44}$ **c)** $\dfrac{43}{44}$



3) On considère l'arbre pondéré de probabilité ci –contre. La probabilité de « E sachant F» est :

a) 0.42 **b)** 0.7 **c)** $\dfrac{21}{29}$

Partie B (Vrai ou Faux)

Répondre par vrai ou faux sans justification

1) Soit $f(x)=\ln x$. La valeur moyenne de *f* sur l'intervalle $\left[\sqrt{e},e\right]$ est égale à $\dfrac{1}{2\left(\sqrt{e}-1\right)}$

2) La suite $\left(U_n\right)$ définie sur $\mathbb{N}^*$ par $U_n=\int_0^1 x^n\ln(1+x)dx$ est croissante.

3) Soient les intégrales $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{1+\cos x}{2+\sin x}dx$ et $J=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{dx}{2+\sin x}$. La valeur de $I-J$ est $\ln 3$.

Exercice (7 pts)

Une caisse d'assurance maladie propose à ses affiliés une modalité d'hospitalisation ***m.***

Les employés d'une entreprise sont tous affiliés à cette caisse d'assurance et on sait que :

- Le $\dfrac{1}{3}$ des employés choisissent la modalité ***m***.
- Parmi les employés ayant choisi la modalité m, 80 % sont atteints d'une maladie chronique.
- Parmi les employés qui n'ont pas choisi la modalité m, 75 % sont atteints d'une maladie chronique.

On choisit un employé au hasard et on considère les événements suivants :

M : « L'employé choisit la modalité ***m*** ».

C : « L'employé est atteint d'une maladie chronique ».

1. a) Déterminer les probabilités suivantes : $p(M)$; $p\left(C/M\right)$ et $p\left(C/\overline{M}\right)$.

b) Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

2. a) Calculer la probabilité que cet employé ait choisi la modalité ***m*** et soit atteint d'une maladie chronique.

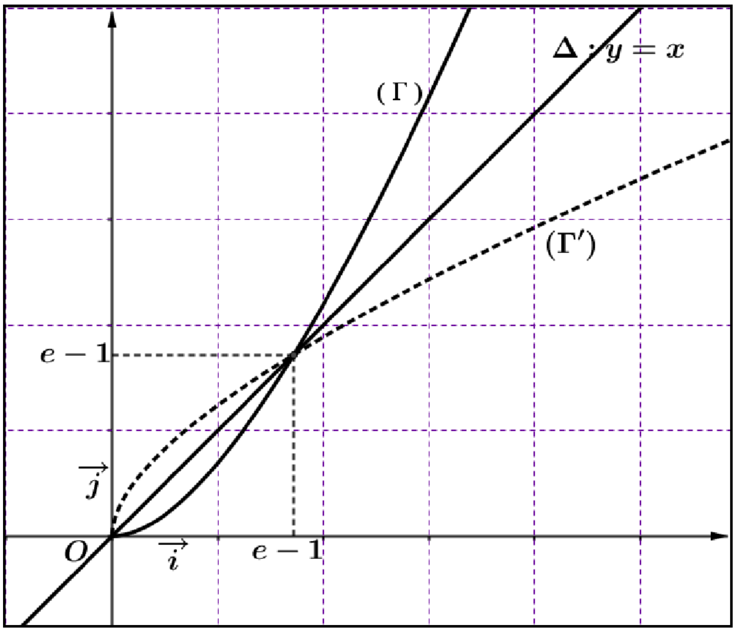
b) Calculer la probabilité que cet employé n'ait pas choisi la modalité ***m*** et soit atteint d'une maladie chronique.

c) En déduire $p(C)$.

3. Soit l'événement E : « L'employé choisit la modalité ***m*** sachant qu'il est atteint d'une maladie chronique ».

Montrer que $p(E)=\dfrac{8}{23}$.

Exercice 3 (2,5pts)



Soit g la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $g(x)=x.\ln(x+1)$ et (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. On admet que g est une bijection de $[0,+\infty[$ sur lui-même et on désigne par (Γ') la courbe de la fonction g^{-1} réciproque de g et par Δ est la droite d'équation $y=x$.

1. Justifier que la courbe (Γ) est au-dessous de la droite Δ sur l'intervalle $[0,e-1]$.
2. a) Vérifier que $\forall x\in[0,+\infty[$, $\dfrac{x^2}{x+1}=x-1+\dfrac{1}{x+1}$.

   b) Calculer alors l'intégrale $I=\displaystyle\int_0^{e-1}\frac{x^2}{x+1}dx$.
3. Utiliser une intégration par parties pour calculer l'aire $\mathcal{A}$ du domaine limité par les courbes (Γ), (Γ') et les droites d'équations
   $x = 0$ et $x = e-1$.

Exercice 4 (6 pts)

Soit f la fonction définie sur $[-1,+\infty[$ par $f(x)=\sqrt{x+1}.e^{-x}$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. **L'unité graphique est 2cm**.

1. **a)** Vérifier que pour $x>0$, $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+1}{x^2}}.xe^{-x}$.

   b) En déduire que $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ et interpréter graphiquement le résultat.

   c) Etudier la dérivabilité de f à droite en (-1) et interpréter graphiquement le résultat.
2. **a)** Montrer que pour tout $x>-1$, $f'(x)=\dfrac{(-1-2x)}{2\sqrt{x+1}}.e^{-x}$.

   b) Dresser le tableau de variation de f.

   c) Tracer la courbe C ainsi que sa tangente horizontale et sa demi-tangente au point A (-1,0).
3. Soit C_0 l'arc de la courbe C défini par $C_0=\{M(x,f(x));x\in[-1,0]\}$

   a) Utiliser une intégration par parties pour calculer l'intégrale $I=\displaystyle\int_{-1}^{0}(x+1)e^{-2x}dx$.

   b) En déduire le volume exact en cm^3 du solide engendré par la révolution de C_0 autour de l'axe des abscisses. L'espace est supposé rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$