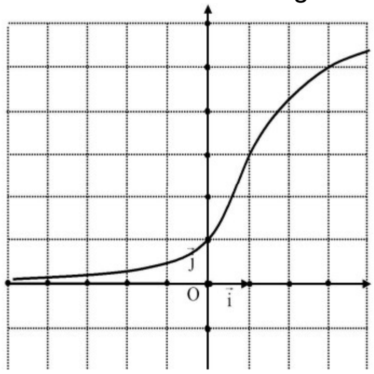
Lycée Assad Ibn Alfourat Oued Ellil **Classe : 4ème Sc. exp.**
Discipline : Mathématiques **Professeur : A - BERREZIG**

Devoir de contrôle n°1

Durée : 2 heures

Exercice 1 :

Le graphe ci-dessous est la courbe représentative C_f d'une fonction f définie et continue sur IR.
La droite des abscisses est une asymptote horizontale à (C_f) au voisinage de $-\infty$. (C_f) admet une branche parabolique de direction celle de l'axe des abscisses au voisinage de $+\infty$.



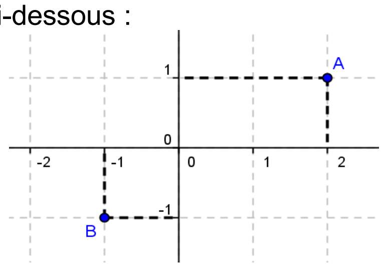
Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$.

1) Déterminer $g\circ f(0)$, $g\circ f(1)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} g\circ f(x)$ et $\lim\limits_{x\to -\infty} g\circ f(x)$.

2) Montrer que l'équation $g\circ f(x) = \dfrac{1}{4}$ admet une seule solution α et que $0 \leq \alpha \leq 1$.

Exercice 2 :

Répondre par vrai ou faux en justifiant votre réponse.
Les points A et B sont définis comme ci-dessous :



L'ensemble des points M d'affixe z tels que :

a) $|z-2-i| = \sqrt{5}$ est le cercle de centre A et de rayon OA.

b) $|z-2-i| = |z+1+i|$ est la médiatrice du segment [AB].

c) $\arg(z-2-i) = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$ est la droite d'équation $x = 2$.

d) $\arg\left(\dfrac{z-2-i}{z+1+i}\right) \equiv \dfrac{\pi}{2}[2\pi]$ est le cercle de diamètre [AB] – {A;B}

e) $\dfrac{z-2-i}{z+1+i}$ est réel est la droite (AB) – {B}.

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = \begin{cases} x+\sqrt{x^2+1} & \text{si } x < -1 \\ 4x^3+6x^2-1 & \text{si } -1 \leq x \leq 0 \\ \dfrac{1-\cos\pi x}{x} - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

1)a) calculer $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$,

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront dans l'appréciation des copies.

b) Montrer que pour tout $x > 0$ on a : $-1 \leq f(x) \leq \frac{2}{x} - 1$

c) Déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) Étudier la continuité de f en (-1) et en 0,

3) a) dresser le tableau de variation de f sur $[-1\,,\,0]$, Déterminer $f([-1\,,\,0])$

b) Montrer que l'équation f(x)= 0 admet une solution unique $\alpha \in [-1\,,\,0]$, vérifier que $-0{,}6 < \alpha < -0{,}4$

c) Donner le signe de f(x) sur $[-1\,,\,0]$

Exercice 4 :

Dans le plan complexe muni d'u repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = 1 + e^{i\alpha}$, $z_B = -1 + e^{i\alpha}$, $z_C = 1 + (\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2})$ et $z_C = -1 + (\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2})$. $\alpha \in]0,\pi[$

1) a) Vérifier que $z_A = 2\cos\frac{\alpha}{2}\ e^{i\frac{\alpha}{2}}$ et $z_A = 2i\sin\frac{\alpha}{2}\ e^{i\frac{\alpha}{2}}$

b) En déduire la forme exponentielle de z_C et z_D ,

2) a) Montrer que le triangle OAB est rectangle en O.

b) Déterminer la valeur de α pour laquelle le triangle OAB est isocèle,

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront dans l'appréciation des copies.