Lycée Cité Nozha Zaghouan Année Scolaire2013/2014	Devoir De Contrôle N°1 Durée :2 heures	Professeur :Mr KHEMIRI Fawzi Classe :4ième Tech 2

Exercice1…………………(3pts)

Les réponses aux questions de cet exercice seront présentées sur la feuille annexe.

A. Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$

Répondre par vrai ou faux **sans justification:**

1. Le module de $e^{-i\frac{\pi}{6}}+i$ est égal à 2.
2. Un argument de $-2e^{i\frac{5\pi}{4}}$ est $\frac{3\pi}{4}$.
3. Soit A le point d'affixe $a=\sqrt{3}-i$. L'ensemble des points $M(z)$ du plan tels que $\left|e^{i\frac{\pi}{6}}z-2\right|=1$ est le cercle de centre A et de rayon 1.

B. Choisir la seule réponse exacte **sans justification:**

1. Soient $f(x)=\frac{1}{(x-1)^2}$, $g(x)=\frac{\sin x}{x}$ et $h=f\circ g$.

   $\lim_{x\to 0}h(x)$ est égale à : **a)** 1. **b)** $+\infty$. **c)** 0.

2. La suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $U_n=\left(-\frac{1}{2}\right)^n$ est :

   a) croissante. **b)** décroissante. **c)** convergente.

Exercice2 : …………………(6pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\begin{cases}2\frac{1-\cos\sqrt{-x}}{x} & \text{si } x<0\\ x^3+x^2-1 & \text{si } x\geq 0\end{cases}$ dont la courbe sera notée $\mathcal{C}$.

1. **a.** Vérifier que $\forall x<0,\ f(x)=-2\frac{1-\cos\left(\sqrt{-x}\right)}{\left(\sqrt{-x}\right)^2}$ et en déduire que f est continue à gauche en 0.

   b. Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$.
2. **a.** Montrer que $\forall x<0, \frac{4}{x}\leq f(x)\leq 0$.

   b. En déduire $\lim_{x\to-\infty}f(x)$.

   c. Etudier la branche infinie de $\mathcal{C}$ au voisinage de $+\infty$.
3. On admet que f est strictement croissante sur $\left[0,+\infty\right[$.

   a. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $\left]0.7,0.8\right[$.

   b. Dresser le tableau de signe de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice3 : …………………**(5pts)**

On considère la suite (U_n) définie par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \sqrt{2U_n + 3}$ pour tout *n* entier naturel.

On pose $f(x) = \sqrt{2x+3}$ dont la courbe est représentée ainsi que la droite d'équation $y = x$ (figure1).

1. **a.** Représenter les quatre premiers termes de la suite (U_n) dans la figure 1 de la feuille annexe.

   b. Que peut-on conjecturer concernant la monotonie de la suite (U_n) ?

2. **a.** Démontrer que, pour tout *n* de $\mathbb{N}$, $0 \leq U_n \leq 3$.

   b. Démontrer que la suite (U_n) est croissante.

   c. En déduire que (U_n) est convergente et calculer sa limite.

3. **a.** Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq 3 - U_{n+1} \leq \frac{2}{3}(3 - U_n)$.

   b. En déduire que : $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq 3 - U_n \leq 2.\left(\frac{2}{3}\right)^n$ et retrouver la limite de (U_n).

Exercice4 : …………………**(6pts)**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

Soient les points *A* et *B* d'affixes respectives $a = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$ et $b = 2e^{i\frac{7\pi}{12}}$.

1. **a.** Ecrire *a* sous la forme exponentielle.

   b. Montrer que $b = a.e^{i\frac{\pi}{3}}$.

   c. En déduire que le triangle *OAB* est équilatéral et direct.

   d. Placer le point *A* puis le point *B* sur le cercle de centre *O* et de rayon 2.

2. Donner la forme algébrique de *b* et en déduire $\cos\frac{7\pi}{12}$ et $\sin\frac{7\pi}{12}$.

3. Soit *C* le point tel que *OACB* soit un losange.

   a. Montrer que l'affixe de *C* est $z_C = 2\sqrt{3}\ e^{i\frac{5\pi}{12}}$.

   b. Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du losange *OACB*.

Feuille à rendre

Nom et Prénom……………………………..

Exercice1

A)

Enoncé	Vrai ou Faux
1.	
2.	
3.	

B)

Enoncé	Réponse
1.	
2.	

II.2.

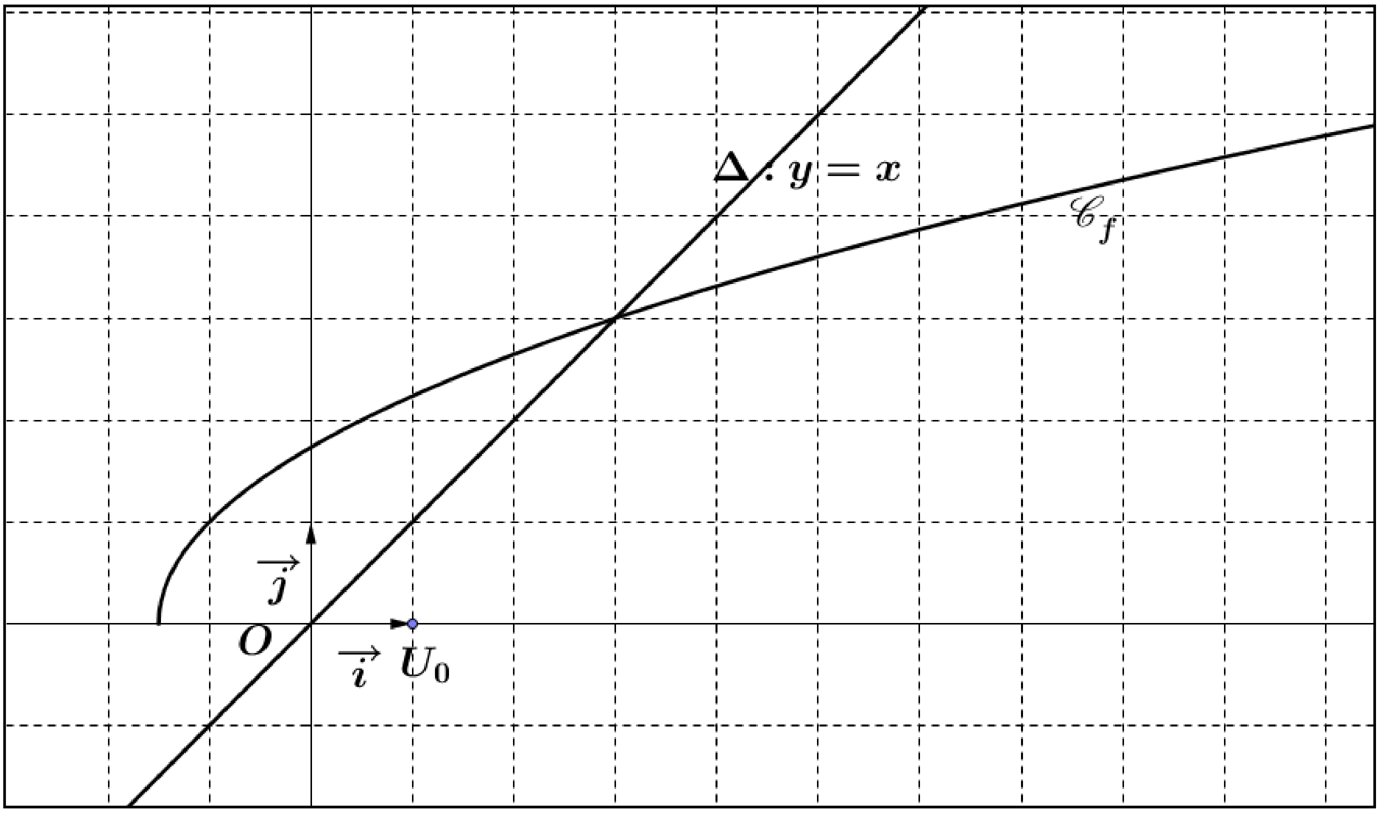

figure1