Produit scalaire dans le plan 3ème Sc Expérimentales

Exercice 1

Une seule des réponses est exacte. trouver cette réponse

1) $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont trois vecteurs du plan non nuls , l'expression $(\vec{u}.\vec{v}).\vec{w}$ désigne :

a) un nombre réel b) un vecteur colinéaire à $\vec{w}$ c) n'a pas de sens

2) $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont trois vecteurs du plan non nuls tel que : $\vec{u}.\vec{v} = \vec{u}.\vec{w}$ alors on a nécessairement :

a) $\vec{v} = \vec{w}$ b) $\vec{u} \perp \vec{v}$ et $\vec{u} \perp \vec{w}$ c) $\vec{u} \perp (\vec{v} - \vec{w})$

3) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan non nuls tel que $|\vec{u}.\vec{v}| = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\|$ alors :

a) $\vec{u} \perp \vec{v}$ b) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires c) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas collinaires

Exercice 2

I Soit A, B, C et D quatre points du plan deux à deux distincts tels que :

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = AB^2$ alors :

a) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ **b)** A, C et D sont alignés **c)** B, C et D sont alignés

II Soit ABC est un triangle tel que $AB = 8$, $AC = 6$ et $BC = 9\sqrt{2}$. Soit $I = A * C$ et O le centre du cercle circonscrit au triangle , alors :

1) **a)** $BI = 10$ **b)** $BI = 2\sqrt{26}$ **c)** , $BI = 2\sqrt{27}$

2) **a)** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -31$ **b)** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 35$ **c)** , $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 32$

3) **a)** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AO} = 32$ **b)** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AO} = 33$ **c)** , $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AO} = 34$

Exercice 3

Soit ABC un triangle équilatéral direct tel que $AB = 2$ et $I = A * B$

1) Soit $\Delta = \{M \in P \text{ tel que } \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC} = -2\}$

a) Vérifier que $A \in \Delta$.

b) Déterminer et construire Δ.

2) Déterminer $\mathcal{C} = \{M \in P \text{ tel que } \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 2\}$

3) Soit G le barycentre des points pondérés $(A\,,1)$ et $(B\,,3)$

a) Calculer GA et GB

b) Montrer que pour tout point M du plan on a : $MA^2 + 3MB^2 = 4MG^2 + GA^2 + 3GB^2$

c) En déduire l'ensemble $E = \{M \in P \text{ tel que } MA^2 + 3MB^2 = 4\}$.

4) Soit $E_k = \{M \in P \text{ tel que } MA^2 + MB^2 = k\}\,;k \in \mathbb{R}$.

a) Caractériser E_k suivant les valeurs de k.

b) Trouver k pour que $E_k = \mathfrak{C}$.

Exercice 4

Soit ABC un triangle et I le milieu de $[BC]$ avec $IB = IC = 2$; $IA = 3$ et $\widehat{AIB} = \frac{\pi}{3}$

1) **a)** Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AI^2 - IB^2$

b) En déduire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

2) **a)** Calculer $AB^2 + AC^2$ et $AB^2 - AC^2$

b) En déduire AB et AC

c) Donner la valeur exacte de $\cos\left(\widehat{BAC}\right)$

3) Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC)

a) Montrer que : $AB^2 - AC^2 = 2\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{IH}$

b) En déduire IH

Exercice 5

Dans un plan muni d'un repère orthonormé on considère les points :

$A(-1\,,1)$; $B(-2\,,3)$ et $C\left(\frac{5}{2}\,,4\right)$

1) a) Calculer AB et AC

b) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et donner la valeur de : $cos\ \left(\widehat{BAC}\right)$

2) a) Soit G le barycentre des points pondérés $(A\,,1)$ et $(B\,,2)$, calculer GA et GB

b) Montrer que : $\forall M \in P$ on a : $MA^2 + 2MB^2 = 3MG^2 + GA^2 + 2GB^2$

c) En déduire l'ensemble (E) des points M du plan tel que : $MA^2 + 2MB^2 = \frac{22}{3}$

Exercice 6

Dans un plan muni d'un repère orthonormé on considère les points :

$A(2\,,2)$; $B(1\,,1)$ et $C(4\,,0)$

1) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A
2) Calculer les distances AB, AC et BC
3) Calculer $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ et en déduire la valeur de $\cos\left(\widehat{ACB}\right)$
4) On désigne par H le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC) et par $I = A * B$
   a) Calculer les distances IH et AH
   b) Déterminer les coordonnées du point H

Exercice 7

Dans un plan muni d'un repère orthonormé on considère les points :

$A(4\,,0)$; $B\left(2\,,2\sqrt{3}\right)$ et $C(0\,,-4)$

1) a) Vérifier que $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB} = 8\sqrt{3}\left(1+\sqrt{3}\right)$
   b) Vérifier que $CA = 4\sqrt{2}$ et $CA = 4\sqrt{2+\sqrt{3}}$
   c) Montrer que $\cos\left(\widehat{ACB}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et en déduire la valeur de $\widehat{ACB}$
2) a) Calculer $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}$
   b) En déduire la nature du triangle ADB
3) a) Trouver une équation cartésienne de l'ensemble $E = \left\{M \in P / \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AC} = 12\right\}$

déterminer alors E

   b) Trouver une équation cartésienne de l'ensemble $F = \{M \in P / MA^2 + MC^2 = 20\}$

déterminer alors E