

Exercice1.....(4points)

Répondre par vrai ou faux aux assertions suivantes **sans** justification.

1. Les entiers naturels 154 et 195 sont premiers entre eux.
2. Le nombre $2^4 \times 31$ est parfait.
3. Si p est entier naturel premier supérieur ou égal à 3 alors $p+1$ n'est pas premier.
4. Si x est entier naturel premier alors $x(x+1)$ est premier.

Exercice2.....(3points)

1. Déterminer l'ensemble E des entiers naturels n tels que $\frac{18}{n} \in \mathbb{N}$.
2. Déterminer l'ensemble F des entiers naturels n tels que $\frac{15}{n-1} \in \mathbb{N}$.
3. En déduire les entiers naturels n pour lesquels $\text{ppcm}(n,18) = 18$ et $\text{pgcd}(n-1,15) = n-1$.

Exercice3.....(5points)

Soient les entiers naturels $a = 1170$ et $b = 600$.

1. Décomposer a et b en produit de facteurs premiers.
2. Déterminer le plus petit entier naturel c tel que $a.b.c$ soit le cube d'un entier naturel.
3. Utiliser l'algorithme d'Euclide pour déterminer $\text{pgcd}(a, b)$.
4. En déduire une fraction irréductible q égale à $\frac{a}{b}$ et justifier que $q \in \mathbb{D}$.
5. a) Vérifier que pour tout entier naturel non nul n , on a $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.
b) En déduire que $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{19 \times 20} = q - 1$.

Exercice3.....(8points)

Soit \mathcal{C} un cercle de diamètre $[AB]$ et de centre O .

Soit M un point de \mathcal{C} tel que $MA > MB$. On désigne par H le projeté orthogonal de M sur $[AB]$ et par N le deuxième point d'intersection de la droite (MH) avec le cercle \mathcal{C} .

1. Quelle est la nature de chacun des triangles MOA , AMB et ANB ? Justifier.
2. a) Montrer que $MAB = HMB$.
b) En déduire que $[AB]$ est la bissectrice de l'angle MAN .
3. La parallèle à la droite (OM) passant par A recoupe le cercle \mathcal{C} en K .
a) Montrer que $[AM)$ est la bissectrice de l'angle KAB .
b) Montrer que $KAN = \frac{3}{2}MOB$.