| LYCEE FARHAT HACHED.KEF. | BAC BLANC | | SMAALI.MONDHER. |
|---|---|---|---|
| 13 MAI 2013. | 4° SC.INFO. | CORRECTION. | |

## EXERCICE n°1. (3pts)

Pour chaque proposition, choisir la seule réponse juste.

A/ Le tableau suivant donne le poids en Kg et la taille en cm d'un groupe de 10 enfants :

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_i$ | 25 | 27 | 23 | 30 | 27 | 23 | 25 | 30 | 32 | 28 |
| $T_i$ | 90 | 92 | 85 | 99 | 93 | 88 | 92 | 98 | 99 | 90 |

1. La taille moyenne $\overline{T}$ est égale à :
   (a) 88,8 (b) 92,6 X (c) 100,6
2. La covariance de la série (P, T) est égale à :
   (a) 1,2 (b) 12 X (c) -1,2
3. L'équation de la droite de régression de T en P est :
   (a) T=1,4 P +54 X (b) T= -1,4 P +10 (c) T=1,7 P +46,6

B/

1. Le reste de la division euclidienne de $10^{2013}$ par 7 est :
   (a) -1 (b) 0 (c) 1 X
2. Soient a et n deux entiers naturels non nuls.
   Si a divise (2n+3) et a divise (4n+1) alors a divise :
   (a) 4 (b) 5 X (c) 6
3. Les solutions dans ZxZ de l'équation : 2x+3y=1 sont :
   (a) (3k-1,2k-1) (b) (3k-1,1-2k) X (c) (1-3k, 1-2k)

## EXERCICE n°2. (6pts)

On considère deux dés équilibrés :

D1 dont les faces sont numérotées : **1, 1, 1, 2, 2,2**

D2 dont les faces sont numérotées : **0, 0, 1, 1, 2,2**

On lance simultanément les deux dés et on s'intéresse aux numéros des deux faces supérieures.

1) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants

A : « Avoir deux numéro identiques » :

Avoir double 1 ou double 2. $\rightarrow p(A)=\frac{3}{6}.\frac{2}{6}+\frac{3}{6}.\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

B : « Avoir une somme égale à **2** » : 2=1+1=2+0.

$\rightarrow p(B)=\frac{3}{6}.\frac{2}{6}+\frac{3}{6}.\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

C : « Avoir deux numéros identiques sachant que leur somme est égale à **2** » : A sachant B

$$\rightarrow p(C)=\frac{p(A\cap B)}{p(B)}=\frac{\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{6}}{\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}$$

2) Soit X l'aléa numérique qui à chaque lancé associe la somme des deux numéros obtenus. $\rightarrow X \in\{1, 2, 3, 4\}$

a) Déterminer la loi de probabilité de **X**

- $p(X=1)=p(1+0)=\frac{3}{6}.\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$
- $p(X=2)=p(B)=\frac{1}{3}$
- $p(X=3)=p(2+1)+p(1+2)=\frac{3}{6}.\frac{2}{6}+\frac{3}{6}.\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$
- $p(X=4)=p(2+2)=\frac{3}{6}.\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$

b) Calculer l'espérance mathématique de **X**

$$E(X)=\frac{1.1}{6}+\frac{2.1}{3}+\frac{3.1}{3}+\frac{4.1}{6}=\frac{15}{6}=\frac{5}{2}=2,5$$

**3)** On note p la probabilité de l'évènement **S** : « avoir une somme inférieur ou égal à **3** »  Montrer que **p** = $\frac{5}{6}$

P(S) =p(X≤3) =p(X=1) +p(X=2) +p(X=3) = $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$

## EXERCICE n°3. (6pts)

Soit la fonction : $f(x)=(x+1)Ln(3-x)$ ; pour x <3.

On désigne par C la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé.(unités :1cm*1cm)

1. Déterminer f'(x).

   f'(x)=(x+1)'Ln (3-x)+(x+1) (Ln (3-x))'

   = Ln (3-x) – $\frac{x+1}{3-x}$

2. Donner l'expression de f ''(x)

   f''(x)=$-\frac{1}{3-x}-\frac{(x+1)'(3-x)-(x+1)(3-x)'}{(3-x)^2}=-\frac{1}{3-x}-\frac{4}{(3-x)^2}=\frac{x-7}{(3-x)^2}$

   Puis en déduire les variations de f '.

   Pour x<3, on a : x-7<-4<0 donc f''(x)<0

   Alors f' est strictement décroissante sur]-∞,3[.

3. Déterminer les limites de f ' au voisinage de -∞ et en 3.

   - $\lim_{x\to-\infty} f'(x)=\lim_{x\to-\infty} \mathrm{Ln}\,(3-x)-\frac{x+1}{3-x}=+\infty$
   - $\lim_{x\to3^-} f'(x)=\lim_{x\to3^-} \mathrm{Ln}\,(3-x)-\frac{x+1}{3-x}=-\infty$

4. Montrer que f ' s'annule dans l'intervalle]-∞,3[pour une seule valeur α.

   $$\begin{cases} f' \text{ est continue et strictement décroissante sur } ]-\infty,3[. \\ f'(]-\infty,3[)=]\lim_{x\to3^-} f'(x),\lim_{x\to-\infty} f'(x)[=]-\infty,+\infty[ \\ 0\in f'(]-\infty,3[) \end{cases}$$

   d'aprés T.V.I. l'éq°f'(x)=0 admet unique solution α Dans]-∞,3[.

   En déduire le signe de f'(x) sur]-∞,3[

   - f'(x)=0 ⇔ x=α
   - f'(x)<0 ⇔ x>α car f ' est décroissante.
   - f'(x)>0 ⇔ x<α

5. Dresser le tableau de variations de f.

   - x>α, f'(x)<0 → f est décroissante
   - x<α, f'(x)>0 → f est croissante
   - $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x+1).\mathrm{Ln}\,(3-x)=-\infty$
   - $\lim_{x\to3^-} f(x)=\lim_{x\to3^-}(x+1).Ln(3-x)=-\infty$

   D'où le tableau de variation de f est :

| x | -∞ | | α | | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | | | f(α) | | |
| | -∞ | ↗ | | ↘ | -∞ |

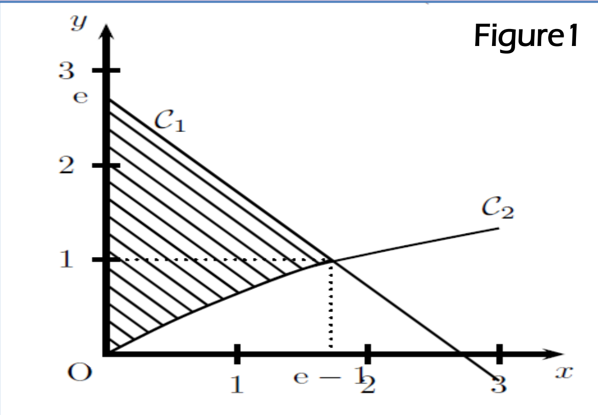
6. précisez les asymptotes éventuelles de C.

   - $\lim_{x\to3^-} f(x)=-\infty$ → la droite d'éq° x=3 est une asymptote verticale à (C).
   - $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ *et* $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$

     → au voisinage de -∞, (C) admet une BPI verticale.

## EXERCICE n°4. *(5pts)*

Sur la figure1, on donne les représentations graphiques C1 et C2 de deux fonctions $f_1$ et $f_2$ définies et dérivables sur [0; 3].




1. L'une des deux courbes (figures 2 et 3) est la représentation graphique de la fonction f définie sur [0; 3] Par $f(x) = f_1(x) - f_2(x)$.

Laquelle de ces deux courbes ne peut pas convenir ?justifier.

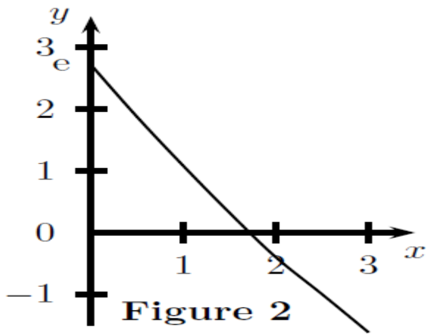



Figure 2

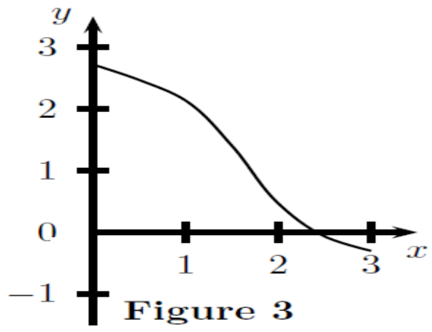



Figure 3

On a : f(e -1)=0 or e-1<2
f s'annule en un réel inférieur à 2.
→ figure 3 ne peut pas convenir

2.

(a) Donner le tableau de signes de la fonction f sur [0; 3].

D'après la figure 2, on peut déduire :

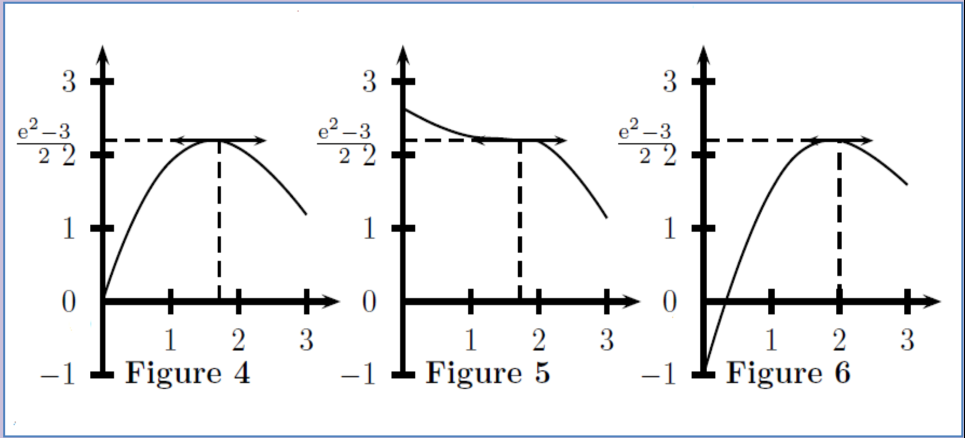
| x | 0 | | e -1 | | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | | + | 0 | − | |

(b) Donner le tableau de signes de la fonction f ' dérivée de f sur l'intervalle [0; 3].

D'après la figure 2, f est décroissante sur [0, 3] alors f ' est négative sur [0, 3] :

| x | 0 | | 3 |
|---|---|---|---|
| f(x) | e | ↘ | |
| f'(x) | | − | |

3. On note F une primitive de f sur [0; 3]. Indiquer les variations de F sur l'intervalle [0; 3].
   - Pour 0<x<e-1, f(x)>0 donc F est str. Croissante.
   - Pour e-1<x<3, f(x)<0 donc F est str. Décroissante.
4. L'une des trois fonctions représentées ci-contre est la représentation graphique d'une fonction F.




Justifier que les courbes représentées sur les figures 5 et 6 ne peuvent pas convenir.

Figure 5 ne convient pas puisque F n'est pas str. Décroissante sur [0, 3].

Figure 6 ne convient pas car F'(2)=0→f(2)=0ce que est faux puisque f s'annule seulement en e -1.

5. Donner la valeur exacte de : $\int_0^{e-1} f(x)\,dx$

$$\int_0^{e-1} f(x)dx = [\mathrm{F(x)}]_0^{e-1} = \mathrm{F(e-1)} - \mathrm{F(0)} = \frac{\mathrm{e}^2-3}{2} - 0$$
$$= \frac{\mathrm{e}^2-3}{2}$$

6. Calculer, en unîtes d'aire, la valeur exacte de l'aire du domaine hachure sur la figure 1.

$\mathcal{A} = \int_0^{e-1} f_1(x) - f_2(x) \quad dx = \int_0^{e-1} f(x)dx = \frac{e^2-3}{2}\ u.a.$

***<u>BON TRAVAIL.</u>***

***<u>ON VOUS SOUHAITE LA REUSSITE.</u>***