PROBABILITE 4ème Sc Expérimentales

Exercice 1

Un sac contient 9 jetons indiscernables au toucher

6 jetons noirs numérotés : 1, 1, 1, 2, 2, 3

3 jetons jaunes numérotés : 1, 2, 2

On tire au hasard et simultanément deux jetons du sac.

1) Calculer les évènements suivants :

A << Avoir deux jetons noirs >>

B << Avoir deux jetons portant des numéros impairs >>

C << Avoir au moins un jeton jaune >>

2) On note p la probabilité d'avoir deux jetons noirs sachant qu'ils portent des numéros impairs

Montrer que $p = \frac{3}{5}$

Exercice 2

Un sac contient quatre boules noires numérotées :1, 1, 1, 2 ; trois boules rouges numérotées :1, 2, 2 et deux boules blanches numérotées :1, 2

1) On tire simultanément deux boules du sac

a) Calculer la probabilité des événements suivants :

A << Les deux boules tirées sont de même couleur >>

B << Les deux boules tirées portent des numéros différents >>

b) A et B sont-ils indépendants ?

c) Calculer la probabilité de tirer deux boules de numéros différents sachant qu'elles sont de même couleur

2) On tire maintenant successivement et avec remise trois boules du sac

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

C << Une seule boule parmi les trois boules tirées porte le numéro 1 >>

D << Une seule boule parmi les trois boules tirées est noire >>

3) On tire maintenant successivement et sans remise quatre boules du sac

Quelle est la probabilité pour que la première boule blanche apparaisse au 3^{eme} tirage

Exercice 3

On considère une urne contenant 10 jetons identiques :

6 jetons noirs numérotés : 1, 1, 2, 2, 2, 3

4 jetons blancs numérotés : 1, 2, 2, 3

1) On tire simultanément et au hasard 3 jetons de l'urne

a) Définir l'univers Ω et calculer son cardinal

b) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A << Obtenir 3 jetons de même couleurs >>

B << Obtenir 2 jetons portant des numéros pairs >>

C << Obtenir au moins un jeton blanc >>

2) On tire maintenant successivement et avec remise 3 jetons de l'urne

a) Définir l'univers Ω' et calculer son cardinal

b) Calculer la probabilité de l'évènement suivant

E << La somme des 3 numéros obtenus est égale à 4 >>

Exercice 4

Un sac contient 12 boules indiscernables au toucher : Sept sont rouges parmi les quelles 3 portent le numéro 1 et 4 portent le numéro 2. Cinq sont blanches parmi les quelles 2 portent le numéro 1 et 3 portent le numéro 2

A) On tire au hasard et simultanément deux boules du sac

1) Préciser l'univers Ω et calculer son cardinal

2) Déterminer la probabilité des événements suivants :

A << Les deux boules sont de la même couleur >>

B << Les deux boules portent le même numéro >>

C << Au moins une des deux boules porte le numéro 1 >>

B) On tire au hasard une boule :

* Si elle est blanche portant le numéro 2 ; elle n'est pas remise dans le sac et on tire une deuxième boule.

* Si elle n'est pas blanche portant le numéro 2 ; elle est remise dans le sac et on tire une deuxième boule

On considère les événements suivants :

E << La première boule tirée est blanche portant le numéro 2 >>

F << La deuxième boule tirée est blanche >>

1) Calculer p(E), p(F / E), et $p(F/\overline{E})$

2) Calculer p(F)

3) Calculer p(E / F)

Exercice 5

Une urne contient huit boules indiscernables au toucher : cinq boules noires numérotées 1, 1, 0, 0, 3 et trois boules blanches numérotées 1, 0, 0

1) On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne

a) Calculer la probabilité des événements suivants :

A << Obtenir trois boules de même couleur >>

B << Obtenir trois boules des numéros impairs >>

b) Sachant que les trois boules tirées portent des numéros impairs, qu'elle est la probabilité qu'elles soient de même couleur ?

2) On remet toutes les boules dans le sac et on tire successivement trois boules du sac de la manière suivante :

- $*$ Si la boule tirée porte le numéro 0, elle est remise dans le sac
- $*$ Si la boule tirée ne porte pas le numéro 0, elle n'est pas remise dans le sac

Calculer la probabilité de l'événement suivant :

S << La somme des numéros marqués sur les boules tirées est égale à 3 >>

Exercice 6

Une urne contient 4 boules blanches et 2 boules rouges indiscernables au toucher. On effectue n tirages ($n \in IN$) successifs d'une boule en respectant la règle suivante :

- $*$ Si la boule tirée est rouge on la remet dans l'urne.
- $*$ Si la boule tirée est blanche on ne la remet pas dans l'urne

1) Dans cette question $n = 3$

Pour chaque entier $k \in \{1;2,3\}$ on note E_k l'événement : << Seule la k^{eme} boule tirée est blanche >>

Par exemple $E_2 = R_1 \cap B_2 \cap R_3$ c'est-à-dire : la première est rouge (R_1), la deuxième est blanche (B_2) et la troisième est rouge (R_3)

a) Montrer que la probabilité de l'événement E_1 est $p(E_1) = \dfrac{8}{75}$

b) Calculer $p(E_2)$ et $p(E_3)$ On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles

c) En déduire que $p(E) = \dfrac{182}{675}$ avec : E <<Une seule boule est blanche parmi les trois tirées >>

d) Sachant que l'événement E est réalisé, chercher la probabilité pour que la boule blanche tirée soit obtenue au 1^{ier} tirage

2) On effectue maintenant n tirages, $n \geq 2$

a) Déterminer en fonction de n, la probabilité p_n d'avoir au moins une boule blanche parmi les n boules tirées

b) Quelles valeurs faut-ils donner à n pour que $p_n > 0{,}99$?

Exercice 7

Une classe est formée de 10 bons élèves et de 20 moyens

1) On tire au hasard et simultanément 3 copies d'un devoir de cette classe

Calculer la probabilité des événements suivants :

A_1 : << les copies tirées sont des copies de bons élèves >>

A_2 : << une et une seule copie est d'un bon élève >>

2) On tire au hasard successivement et sans remise 3 copies d'un devoir de cette classe

Calculer la probabilité des événements A_1 et A_2

3) La probabilité pour qu'un bon élève fasse une bonne épreuve de mathématique au baccalauréat est de 0,7

La probabilité pour qu'un élève moyen fasse une bonne épreuve de mathématique au baccalauréat est de 0,4

On prend au hasard une copie de l'épreuve de mathématique et on considère les événements suivants :

B : << la copie prise est une bonne copie >>

C : << la copie provient d'un bon élève >>

a) Calculer $p(C)$; $p(B / C)$

b) Calculer $p(B)$

c) On prend une copie et on constate qu'elle est bonne ; qu'elle est la probabilité pour qu'elle provienne d'un bon élève

Exercice 8

Une urne U_1 contient 3 boules blanches et 3 boules rouges

Une urne U_2 contient 2 boules blanches et 4 boules rouges

Un dé cubique non truqué dont les faces sont numérotées 1, 1, 0, 0, 0, 0

On lance une fois le dé

Si la face supérieure du dé est marquée 1, on tire simultanément 3 boules de U_1

Si la face supérieure du dé est marquée 0, on tire successivement avec remise 2 boules de U_2

Soient les événements

A : << obtenir 1 sur la face supérieure du dé >>

B : << obtenir 0 sur la face supérieure du dé >>

R : << obtenir une seule boule rouge >>

1) a) Calculer $p(A)$, $p(B)$, $p(R / A)$ et $p(R / B)$

b) En déduire $p(R)$

2) On a constaté qu'une boule est rouge, qu'elle est la probabilité pour que le tirage se fait de

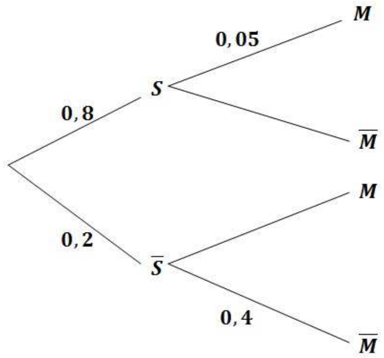
Exercice 9

Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre suivant :

1) Compléter cet arbre
2) Répondre par vrai ou faux

$p(M\cap S)=0{,}05$ $\qquad$ $p(M/\overline{S})=0{,}4$ $\qquad$ $p(M\cap \overline{S})=0{,}08$

3) Calculer $p(M)$



Exercice 10

Dans un lycée on a fait un sondage pour connaître les sports pratiqués par les élèves, il ressort de ce sondage que 60% des élèves pratiquent le football.

Parmi les élèves pratiquant le football, 30% pratique le tennis.

Parmi les élèves ne pratiquant pas le football, 55% pratique le tennis.

On choisi au hasard un élève et on considère les deux évènements :

F : « l'élève pratique le football » $\qquad$ T : « l'élève pratique le tennis »

1) Calculer $p(F)$, $p(T/F)$ et $p(T/\overline{F})$
2) Calculer $p(F\cap T)$, $p(T\cap \overline{F})$ et $p(T)$
3) Calculer $p(F/T)$

Exercice 11

Dans une ferme, on produit des œufs de trois tailles différentes :
Des petits (P) dans la proportion de 20%.
Des moyennes (M) dans la proportion de 50%.
Des gros (G) dans la proportion de 30%.
Ils sont de deux qualités : ordinaire (O) et supérieur (S).
On remarque que :
80% des petits œufs sont de qualité ordinaire.
50% des œufs moyens sont de qualité ordinaire.
20% des gros œufs sont de qualité ordinaire.

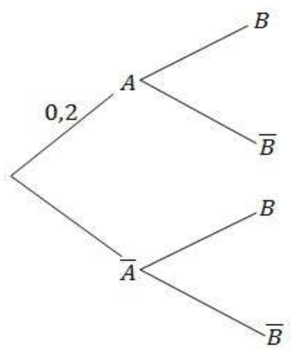
1) On prend au hasard un œuf. Quelle est la probabilité pour qu'il soit :
   a) De petite taille et de qualité supérieure.
   b) De qualité ordinaire.
   c) De qualité supérieure.
   d) De taille moyenne sachant qu'il est de qualité supérieure.
2) a) Montrer que la probabilité pour qu'un œuf soit gros et de qualité supérieure est égale à $0{,}24$.
   b) On rempli au hasard une boite de 12 œufs.

On suppose que les chois des œufs sont indépendants les uns des autres.
Quelle est la probabilité pour que cette boite contienne au moins deux gros œufs et de qualité supérieure.

Exercice 12

Une revue professionnelle est proposée : une édition papier et une édition électronique sur internet.
On admet que la probabilité pour qu'un lecteur s'abonne à l'édition papier est égale à $0{,}2$.
S'il s'abonne à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne aussi à l'édition électronique est égale à $0{,}4$. S'il ne s'abonne pas à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition électronique est égale à $0{,}1$.
Une personne figurant sur la liste des lecteurs potentiels est contactée par un employé du centre d'appel.
On note :
A l'évènement « la personne s'abonne à l'édition papier »
B l'évènement « la personne s'abonne à l'édition électronique »
$\overline{A}$ l'évènement contraire de , $\overline{B}$ l'évènement contraire de B.

1) a) Reproduire et compléter l'arbre suivant :



   b) Déterminer $p(\overline{B}/A)$ et $p(\overline{B}/\overline{A})$.
2) a) Calculer la probabilité pour que la personne contacté soit abonnée à l'édition papier et à l'édition électronique.
   b) Justifier que $p(B) = 0{,}16$
   c) Les évènements A et B sont-ils indépendants ?
3) On suppose que la personne contactée s'est abonnée à l'édition électronique. Quelle est alors la probabilité qu'elle soit aussi abonnée à l'édition papier ?

Exercice 13
Un composant électronique est soumis à un premier test de contrôle de fonctionnalité. S'il passe ce test avec succès, il est soumis à un deuxième test contrôle de qualité, si non il est détruit.
Un étude statistique a donné :
Le composant a 90% de chance de passer le 1er test avec succès.
Si le composant a passé le 1er test avec succès, il a 95% de chance de passer le 2ème test avec succès.
Le composant n'est commercialisé que s'il passe avec succès les deux tests.
On désigne par : T_1 : l'événement : «Le composant passe avec succès le 1er test ».
T_2 : l'événement : «Le composant passe avec succès le 2ème test ».
C : l'événement : «Le composant est commercialisé ».
1) a) Construire un arbre pondéré de probabilité décrivant les données si dessus indiquées.
b) Calculer la probabilité de l'événement C.
c) Montrer de deux manières différentes que la probabilité pour que le composant ne soit pas commercialisé est égale à 0,145
2) Un lot de 10 composants arrive à l'atelier de contrôle.
Quelle est la probabilité pour qu'au moins 8 composants du lot soient commercialisés ?

Exercice 14
Une entreprise en matériel informatique fabrique des claviers. On suppose que 4% des claviers fabriqués sont défectueux. A l'issue de cette fabrication les claviers sont contrôlés ; l'unité de contrôle rejette 3% des bons claviers et 95% des claviers défectueux. On choisit au hasard un clavier.
On note D : « L'événement le clavier est défectueux » et par A : « Le clavier est accepté ».
1) a) Représenter l'arbre pondéré décrivant cette situation.
b) Déterminer la probabilité p_1 pour qu'un clavier soit défectueux et accepté.
c) Déterminer la probabilité p_2 pour qu'un clavier soit bon et refusé.
d) Montrer que la probabilité p pour qu'un clavier soit accepté est égale à 0,933.
e) Déterminer la probabilité que le clavier est défectueux sachant qu'il accepté.
2) Maintenant le contrôle s'effectue par cinq tests successifs :
Un clavier reçoit la marque de l'entreprise s'il subit cinq contrôles successifs avec succès ; il est détruit s'il est refusé au moins deux fois ; il est démarqué dans le cas qui reste.
Quelle est la probabilité des événements suivants :
F : « Un clavier reçoit la marque de l'entreprise ».
G : « Un clavier est démarqué ».
H : « Un clavier est détruit ».

Exercice 15
Pour une marque de téléphone portable donnée, on s'intéresse à deux options de dernière technologie proposées. Le GPS (global positioning system) et le Wifi. Sur l'ensemble des téléphones portables, 40% possèdent l'option GPS. Parmi les téléphones ayant l'option GPS, 60% ont l'option Wifi. On choisit au hasard un téléphone portable de cette marque et on suppose que tous les téléphones ont la même probabilité d'être choisis.
On considère les événements suivants :

G : « le téléphone possède l'option GPS ».

W : «le téléphone possède l'option Wifi ».

On suppose que $p(W) = 0{,}7$.

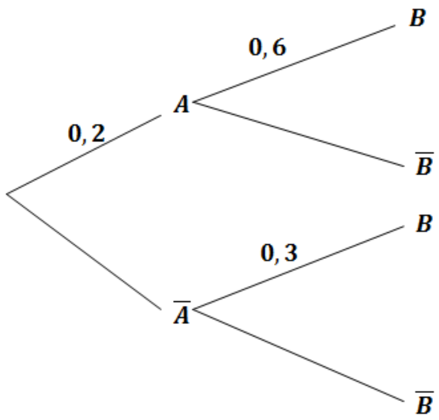
1) Déterminer $p(G)$, $p(\overline{G})$ et $p(W/G)$.
2) Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré, qui sera complété tout au long de l'exercice.
3) Déterminer la probabilité de l'événement D : « le téléphone possède les deux options »
4) a) Démontrer que $(W/\overline{G}) = \frac{23}{30}$. Compléter l'arbre de la deuxième question.

   b) Soit l'événement U : « le téléphone est équipé d'une seule option ». Déterminer $p(U)$.
5) On choisi un téléphone avec l'option Wifi. Quelle est la probabilité qu'il ne possède pas l'option GPS ?

<u>Exercice 16</u>

Répondre par « Vrai » ou « Faux ».

1) On considère l'arbre de probabilité ci-dessous .



Alor s on a :

ale téléphone possède l'option 0,08 b) $p(\overline{B} \cap \overline{A}) = 0{,}56$ c)) $p(B/\overline{A}) = 0{,}875$ d) $p(A/B) = 0{,}75$

2) Soit A et B deux événements indépendants tel que $p(A) = 0{,}3$ et $p(B) = 0{,}5$.

Alors on a :

a) $p(B \cap A) = 0{,}15$ b) $p(B \cup A) = 0{,}8$ c) $p(B/A) = 0{,}2$ d) $p(A/\overline{B}) = 0{,}3$.

<u>Exercice 17</u>

Pour une marque de téléphone portable donnée, on s'intéresse à deux options de dernière technologie proposées. Le GPS (global positioning system) et le Wifi. Sur l'ensemble des téléphones portables, 40% possèdent l'option GPS. Parmi les téléphones ayant l'option GPS, 60% ont l'option Wifi.

On choisit au hasard un téléphone portable de cette marque et on suppose que tous les téléphones ont la même probabilité d'être choisis. On considère les événements suivants :

G : « le téléphone possède l'option GPS ».

W : «le téléphone possède l'option Wifi ».

On suppose que $p(W) = 0{,}7$.

1) Déterminer $p(G)$, $p(\overline{G})$ et $p(W/G)$.
2) Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré, qui sera complété tout au long de l'exercice.

3) Déterminer la probabilité de l'événement D : « le téléphone possède les deux options »
4) a) Démontrer que $\left(W/\overline{G}\right) = \frac{23}{30}$. Compléter l'arbre de la deuxième question.
b) Soit l'événement U : « le téléphone est équipé d'une seule option ». Déterminer $p(U)$.
5) On choisi un téléphone avec l'option Wifi. Quelle est la probabilité qu'il ne possède pas l'option GPS ?

Exercice 18

Une entreprise en matériel informatique fabrique des claviers. On suppose que 4% des claviers fabriqués sont défectueux. A l'issue de cette fabrication les claviers sont contrôlés ; l'unité de contrôle rejette 3% des bons claviers et 95% des claviers défectueux. On choisit au hasard un clavier.

On note D : « L'événement le clavier est défectueux » et par A : « Le clavier est accepté ».
1) a) Représenter l'arbre pondéré décrivant cette situation.
b) Déterminer la probabilité p_1 pour qu'un clavier soit défectueux et accepté.
c) Déterminer la probabilité p_2 pour qu'un clavier soit bon et refusé.
d) Montrer que la probabilité p pour qu'un clavier soit accepté est égale à $0{,}933$.
e) Déterminer la probabilité que le clavier est défectueux sachant qu'il accepté.
2) Maintenant le contrôle s'effectue par cinq tests successifs :
Un clavier reçoit la marque de l'entreprise s'il subit cinq contrôles successifs avec succès ; il est détruit s'il est refusé au moins deux fois ; il est démarqué dans le cas qui reste.
Quelle est la probabilité des événements suivants :
F : « Un clavier reçoit la marque de l'entreprise ».
G : « Un clavier est démarqué ».
H : « Un clavier est détruit ».

Exercice 19

Pour faire face à une certaine maladie, on vaccine 40% d'une population.
On remarque par la suite que 85% des personnes vaccinées ne sont pas atteintes par la maladie et que 75% des personnes non vaccinées sont atteintes par la maladie. On choisit, au hasard, une personne de cette population. Soit les événements suivants :
M : « la personne choisie est atteinte par la maladie ».
V : « la personne choisie est vaccinée ».
1) a) Vérifier que la probabilité de l'événement $M \cap V$ est égale à :$\frac{6}{100}$.
b) quelle est la probabilité pour que la personne choisie soit atteinte par la maladie et non vaccinée ?
c) En déduire $p(M)$.
2) La personne choisie est non atteinte par la maladie. Calculer la probabilité qu'elle soit vaccinée.
3) Dans cette question, on suppose que cette population est formée se 300 personnes. On choisit, au hasard, 3 personnes de cette population.
Quelle est la probabilité pour que parmi les 3 personnes choisies, il y ait au moins une personne qui soit vaccinée ?