Définition On appelle fonction exponentielle la fonction réciproque de la fonction logarithme népérien.

$$\begin{cases} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto e^x = exp(x) \end{cases}$$

Savoir

- Pour tout réel x et pour tout réel strictement positif y,

  $y = e^x \Leftrightarrow x = lny.$
- Pour tout réel x, $ln(e^x) = x$.
- Pour tout réel $x, > 0$ $e^{lnx} = x.$
- lne =1
- $e^0 = 1$
- **Propriétés**
- soient deux réels a et b.
- $e^{a+b} = e^a \, . \, e^b$
- $e^{-a} = \frac{1}{e^a}$.
- $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$.
- Pour tout entier $(e^a)^n = e^{na}$
- Pour tout entier naturel $q \geq 2$ $e^{\frac{a}{q}} = \sqrt[q]{e^a}$
- Pour tout entier naturel $q \geq 2, et\ tout\ entier\ p,$ $e^{\frac{p\,a}{q}} = \sqrt[q]{e^{pa}}$
- Pour tout réel x , $e^x > 0$.

Etude et représentation graphique de la fonction exp

- La fonction exp est définie, continue, dérivable sur $\mathbb{R}$ et $(e^x)' = e^x$
- La fonction exp est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- $e = 2,71828 \ldots\ldots$

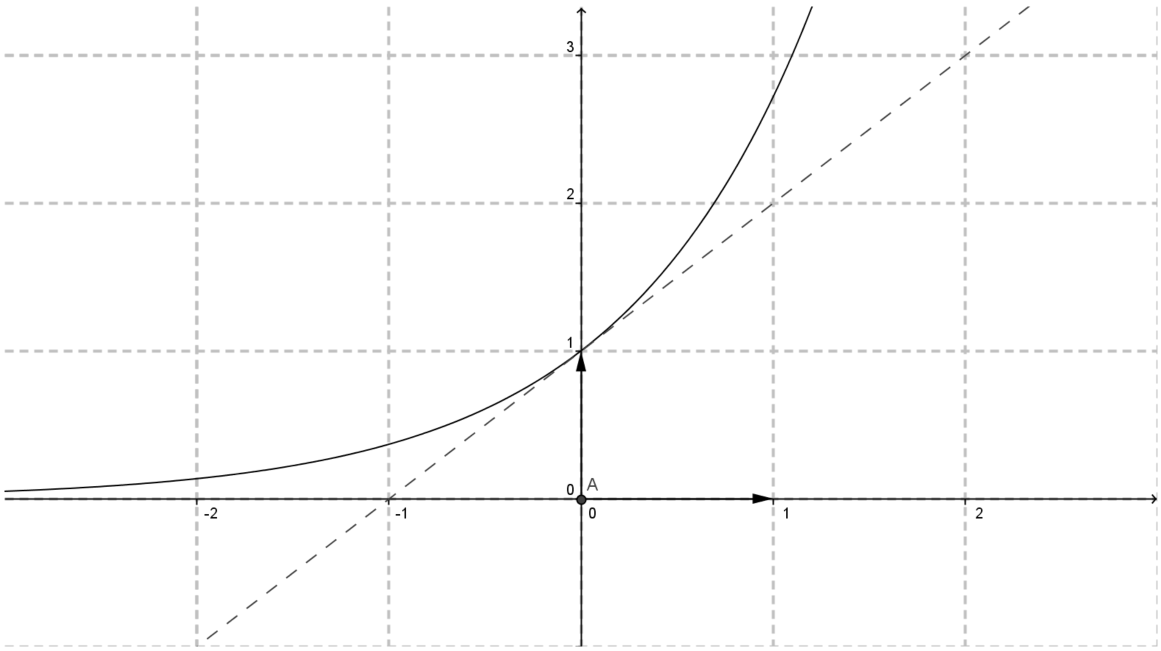
Théorème

Pour tous entiers naturels non nuls n et m.

- $\lim\limits_{+\infty} e^x = +\infty$; $\lim\limits_{+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$; $\lim\limits_{+\infty} \frac{e^{nx}}{x^m} = +\infty.$
- $\lim\limits_{-\infty} e^x = 0$; $\lim\limits_{-\infty} x^m e^{nx} = 0$
- $\lim\limits_{0} \frac{e^x - 1}{x} = 1.$

❖ **Tableau de variation**

$\mathbf{x}$	$-\infty$	$\mathbf{0}$	$+\infty$
$(\mathbf{e^x})'$		$+$	
e^x	↗		$+\infty$



➢ **La fonction exp réalise une bijection strictement croissante de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}_+^*$.**

<u>Fonction x$\longrightarrow exp(u(x))$</u>

<u>Théorème</u>

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I

La fonction $\mathbf{h}: \mathbf{x} \mapsto e^{u(x)} = \exp\left(\mathbf{u}(\mathbf{x})\right)$ est dérivable sur I et

$$\mathbf{h}'(\mathbf{x}) = u'(\mathbf{x}).e^{u(x)} \quad ,\textbf{pour } \mathbf{x} \in \mathbf{I}.$$

<u>Corollaire</u>

- **Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I et telle que**
- **Les primitives sur I de la fonction $\mathbf{x} \mapsto u'(\mathbf{x}).e^{u(x)}$ sont les fonctions**
- **$\mathbf{x} \mapsto e^{u(x)} + \mathbf{k}$**

  Où k est une constante réelle.