

Exercice1 : QCM (5pts) pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.

$$1^{\circ}) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) - \frac{1}{x^2} \right)$$

a) 0

b) 1

c) n'existe pas

$$2^{\circ}) f(x) = \frac{1 - \cos x}{x}$$

a)  $\lim_0 f = 1$

b)  $\lim_0 f(\sin x) = -1$

c)  $\lim_0 f(1 - \cos x) = 0$

3<sup>o</sup>) l'image de  $[1; +\infty[$  pour la fonction  $x \rightarrow -1 + \sqrt{x^2 - 1}$  est :

a)  $[-1; +\infty[$ b)  $]-\infty; 0]$ c)  $[0; +\infty[$ 

4<sup>o</sup>) si A, B et C trois points d'affixes respectives

$z_A, z_B$  et  $z_C$  tels que  $z_B - z_A = 4(z_C - z_A)$  (avec  $z_A \neq z_B \neq z_C$ ).

a) ABC est isocèle

b)  $(AB) \perp (AC)$ 

c) A, B et C sont alignés

Exercice2 : (6 pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct

1<sup>o</sup>) Soit  $z_1 = 1 + i$  et  $z_2 = \sqrt{3} - i$ .

a) Donner la forme algébrique des nombres complexes  $z_1 \cdot z_2$  et  $\frac{z_1}{z_2}$ .

b) Donner la forme trigonométrique puis exponentielle de chacun des nombres complexes  $z_1 \cdot z_2$  et  $\frac{z_1}{z_2}$ .

2<sup>o</sup>) Montrer que  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$  et  $\tan\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ .

3<sup>o</sup>) a) Déterminer l'ensemble (C) des points M d'affixe z tels que :  $|z - 1 + 2i| = 2$ .

b) Soit le nombre complexe  $z = 1 + 2ie^{i\theta}$  l'affixe de M où  $\theta \in ]-\pi; \pi[$ .

Montrer qu'il existe des valeurs de  $\theta$  tel que  $M \in (C)$ .

Exercice 3 : (4 pts)

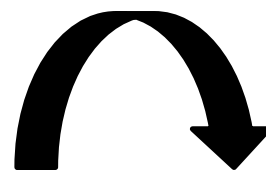
Soit  $f(x) = x^3 + x - 1$ .

1<sup>o</sup>) a) Montrer que f est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ .

b) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  dans  $[0; 1]$

2<sup>o</sup>) prouver que  $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{4}$  et que  $\alpha = \frac{1}{\alpha^2 + 1}$ .

3<sup>o</sup>) Donner le signe de  $f(x)$  selon les valeurs de x.



Exercice 4: (5pts)

1°) Soit  $f(x) = \frac{1+\sin^2 x}{-1+\sin x}$  et  $I = \left[0; \frac{\pi}{2}\right[$

Montrer que la fonction  $f$  est dérivable sur  $I$  et déterminer sa fonction dérivée.

2°) On considère la fonction  $g$  définie sur  $[1; 2]$  par  $g(x) = x^3 - 3x + 2$ .

On note par  $(C)$  la courbe de  $g$  dans un repère orthonormé. Soit  $A$  et  $B$  les points de  $(C)$  d'abscisses respectives 1 et 2.

Déterminer les points de  $(C)$  en lesquels la tangente est parallèle à la droite  $(AB)$ .

3°) Soit  $h(x) = \tan x$

a) Montrer que  $1 \leq h'(x) \leq 2$ , pour tout  $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ .

b) En déduire que  $x \leq \tan x \leq 2x$ , pour tout  $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$