Lycée secondaire errafaha
*****
Devoir de contrôle n°1
Classe : 4ème sciences 2
novembre2012
Mathématiques
Prof : Mr Hattay mohamed
Durée : 2heure

Exercice1 : QCM (5pts) *pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.* ***Aucune justification n'est demande.***

1°) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\cos\left(\frac{1}{x^2}\right) - \frac{1}{x^2}\right)$

a) 0 b) 1 c) n'existe pas

2°) $f(x) = \frac{1-\cos x}{x}$

a) $\lim\limits_{0} f = 1$ b) $\lim\limits_{0} f(\sin x) = -1$ c) $\lim\limits_{0} f(1-\cos x) = 0$

3°) l'image de $[1;+\infty[$ pour la fonction $x \to -1 + \sqrt{x^2-1}$ est :

a) $[(-1);+\infty[$ b) $]-\infty;0]$ c) $[0;+\infty[$

4°) si A, B et C trois points d'affixes respectives

z_A , z_B et z_C tels que $z_B - z_A = 4(z_C - z_A)$ (avec $z_A \neq z_B \neq z_C$).

a) ABC est isocèle b) $(AB) \perp (AC)$ c) A, B et C sont alignés

Exercice2 : (6 pts).

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct

1°) Soit $z_1 = 1 + i$ et $z_2 = \sqrt{3} - i$.

a) Donner la forme algébrique des nombres complexes $z_1 . z_2$ et $\frac{z_1}{z_2}$.

b) Donner la forme trigonométrique puis exponentielle de chacun des nombres complexes $z_1 . z_2$ et $\frac{z_1}{z_2}$.

2°) Montrer que $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ et $\tan\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$.

3°) a) Déterminer l'ensemble (C) des points M d'affixe z tels que : $|z - 1 + 2i| = 2$.

b) Soit le nombre complexe $z = 1 + 2ie^{i\theta}$ l'affixe de M où $\theta \in [-\pi;\pi[$.

Montrer qu'il existe des valeurs de θ tel que $M \in (C)$.

Exercice 3 : (4 pts)

Soit $f(x) = x^3 + x - 1$.

1°) a) Montrer que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[0;1]$

2°) prouver que $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{4}$ et que $\alpha = \frac{1}{\alpha^2+1}$.

3°) Donner le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x .

Exercice 4: (5pts)

1°) Soit $f(x) = \frac{1+\sin^2 x}{-1+\sin x}$ *et* $I = \left[0; \frac{\pi}{2}\right[$

Montrer que la fonction f est dérivable sur I et déterminer sa fonction dérivée.

2°) On considère la fonction g *définie sur* $[1;2]$ *par* $g(x) = x^3 - 3x + 2$.

On note par (C) *la courbe de* g *dans un repère orthonormé. Soit* ***A et B les points de*** (C) ***d'abscisses respectives 1 et 2.***

Déterminer les points de (C) ***en lesquels la tangente est parallèle à la droite (AB).***

3°) Soit $h(x) = \tan x$

a)Montrer que $1 \le h'(x) \le 2$, $pour\ tout\ x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

b) En déduire que $x \le \tan x \le 2x$, $pour\ tout\ x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$