



NB .+ Le sujet comporte 3 pages +L'usage de **correcteur est interdit** +La présentation est appréciée

Exercice 1 :

3 Points

Voir annexe page 03

Exercice 2 :

4 Points

Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+4}+2}$

- 1) a) Donner le domaine de définition de g .
- b) Justifier que g est continue $[-4; +\infty[$
- c) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
- d) Montrer que g strictement décroissante sur $[-4; +\infty[$
- e) Déterminer $g([-4; +\infty[)$, en déduire que g est bornée

2) Soit f fonction définie par $f(x) = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x}$

- a) Déterminer le domaine de définition f
- b) Montrer que pour tout $x \in [-4; +\infty[\setminus \{0\}$, $f(x) = g(x)$
- c) En déduire que f est prolongeable par continuité en 0

Exercice 3 :

7 Points

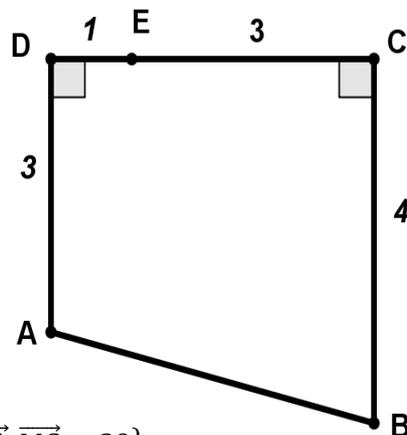
ABCD un Trapèze rectangle en C et D .E est un point de [DC] défini comme l'indique la figure ci-dessous (AD=3 ; DE=1 et DC=BC=4)

- 1) Montrer que $(\vec{ED} + \vec{DA}) \cdot (\vec{EC} + \vec{CB}) = \vec{ED} \cdot \vec{EC} + \vec{DA} \cdot \vec{CB}$
- 2) a) Calculer $\vec{ED} \cdot \vec{EC}$ et $\vec{DA} \cdot \vec{CB}$.En déduire que $\vec{EA} \cdot \vec{EB} = 9$
- b) Montrer que $EA = \sqrt{10}$ et $EB=5$ puis calculer $\cos(\widehat{AEB})$
- c) Montrer que $AB = \sqrt{17}$
- 3) Soit H la projeté orthogonal de A sur (BC)

Montrer $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = 12$ et $\vec{CA} \cdot \vec{CE} = 12$.En déduire que (CA) \perp (BE)

4) On considère l'ensemble $\Delta = \{M \in \wp \text{ tel que } MB^2 + MC^2 - 2\vec{MA} \cdot \vec{MC} = 29\}$

Soit I = B*C et J =A*C



a) Vérifier $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 4$, puis Montrer que $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = BJ^2 - \frac{1}{4}AC^2$.

b) En déduire que $BJ^2 = \frac{41}{4}$, puis vérifier que $J \in \Delta$

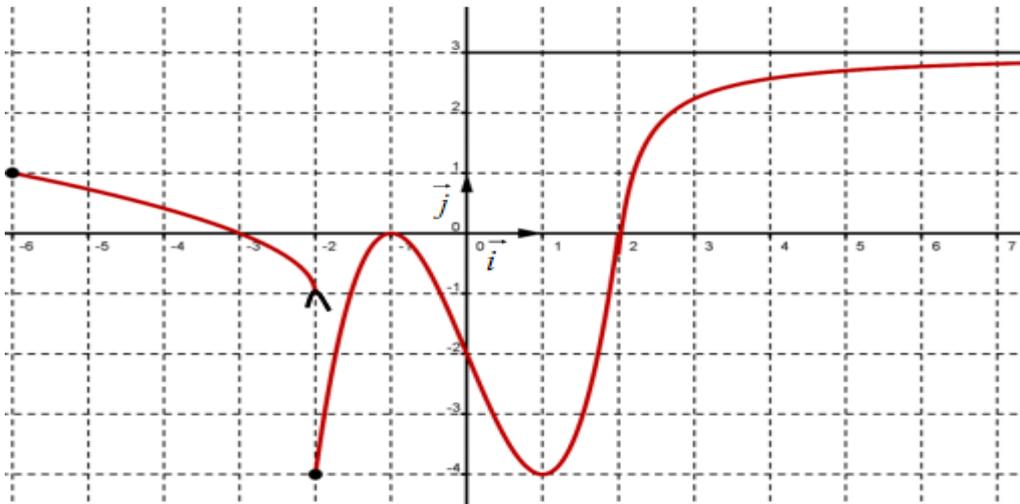
c) Montrer que pour tout $M \in \wp$ on a : $MB^2 + MC^2 - 2\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = 2(MI^2 - MJ^2) + \frac{41}{2}$

d) Montrer que $MI^2 - MJ^2 = 2\overrightarrow{MJ} \cdot \overrightarrow{JI} + \frac{17}{4}$, en déduire l'ensemble Δ

Exercice 4 :

6 Points

On considère dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , ci-dessous, la courbe représentative de C_f d'une fonction f définie sur $[-6; +\infty[$



1) a) Déterminer le domaine de continuité de f . Justifier.

b) Montrer que $f(x) = -1$ admet une unique solution sur $[-1, 1]$

c) Déterminer le nombre des solutions de l'équation $f(x) = -1$, pour $x \in [-6; +\infty[$

2) Répondre par **vrai** ou **faux** sans justification

a) Le réel 3 est le maximum de f sur $[-6; +\infty[$

b) La fonction f admet un minimum sur $[-6; +\infty[$ en -2

c) La restriction de f à $[-6; 2]$ admet un maximum en -6 .

3) Déterminer $f([-6; +\infty[)$

4) a) Résoudre dans $[-6; +\infty[$ l'inéquation $f(x) > 0$.

b) En déduire l'ensemble de définition de la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$

c) Montrer que pour tout $x \in]-6; -3[$, $\frac{g(x) - 1}{f(x) - 1} = \frac{-g(x)}{\sqrt{f(x)} + 1}$

d) En déduire $\lim_{x \rightarrow -6^+} \left[\frac{g(x) - 1}{f(x) - 1} \right]$

Nom.....Prénom..... Classe.....

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.

1) Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ et telle que $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$ alors :

a) f est prolongeable par continuité en 2.

b) f est continue en 2.

c) $f(2) = 4$

2) ABC est un triangle, l'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ est :

a) La droite perpendiculaire à (AC) et passant par C.

b) La droite perpendiculaire à (AB) et passant par C.

c) La droite perpendiculaire à (AB) et passant par A.

3) Soit f une fonction continue sur l'intervalle $[1 ; 2]$ telle que : $f(1) = -2f(2) = 3$

Alors l'équation $f(x) = 0$ admet dans $[1 ; 2]$

a) au moins une solution

b) Exactement 2 solutions

c) Exactement une Solution

4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1} - x} = \dots$

a) 0

b) $-\infty$

c) $+\infty$