Exercice n°1 Soit ABC un triangle

1 / Construire le point D tel que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

2 / Construire le point E tel que : $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CE}$

3 / Montrer que C est le milieu de [AE]

4 / Construire le point F tel que : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AF}$

5 / Montrer que C est le milieu de [DF]

Exercice n°2 Soit ABC un triangle

1/ Construire les points D et C tel que : D = S_C (A) et E = S_C (B)

2/ Montrer que : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BD}$

3/ Construire le point F tel que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CF}$

4/ Montrer que ECFD est un parallélogramme

Exercice n°3

Soit ABC un triangle

1 / Construire les points D et E tel que : D = $t_{\overrightarrow{CB}}$ (A) et E = $t_{\overrightarrow{BA}}$ (C)

2/ Montrer que A est le milieu de [ED]

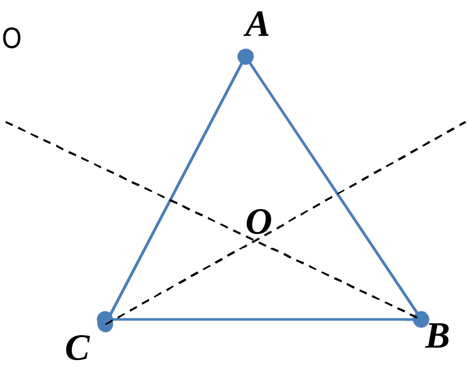
3/ a - Construire le point F tel que : F = S_A (C)

b – Montrer que : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF}$

c – Montrer que : D = $t_{\overrightarrow{EC}}$ (F)

Exercice n°4

Soit ABC un triangle équilatéral tel que AB = AC = BC = 6cm
La médiatrice de [AB] et La médiatrice de [AC] se coupent en O



1/ Construire B' = $t_{\overrightarrow{AO}}$(B) et C' = $t_{\overrightarrow{AO}}$(C)

2/ Montrer que BCC'B' est un parallélogramme

3/ Déterminer et construire

a- $\Delta = t_{\overrightarrow{AO}}$((BO))

b- $\Delta' = t_{\overrightarrow{AO}}$((CO))

4/ Δ et Δ' se coupent en O'

a- Montrer que O' = $t_{\overrightarrow{AO}}$(O)

b- En déduire que O est le milieu de [AO']

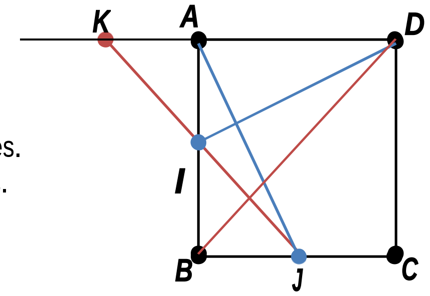
5/ Soit $\xi_{(O,OC)}$ le cercle de centre O et de rayon OC

Déterminer et construire $\xi' = t_{\overrightarrow{AO}}(\xi)$.

.

Exercice n°1

Dans la figure ci-contre $ABCD$ est un carré. I et J sont les milieux des cotes [AB] et [BC].

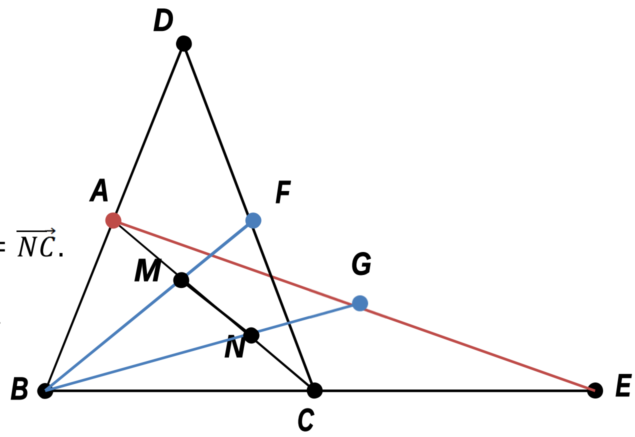


1. Montrer que : $\overrightarrow{KA} = \overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{JC}$.
2. Montrer que : les droites (K J) et (B D) sont orthogonales.
3. Montrer que : les droites (D I) et (A J) sont orthogonales.

Exercice n°2

Soit un triangle ABC ; D et E les symétriques de B par rapport a

A et C ; F et G les milieux des segments [D C] et [A E].



1. On désigne par M le point d'intersection de

(BF) et (AC), par N celui de (BG) et (AC).Montrer que: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NC}$.

2. On désigne par I et J les milieux des cotes [AD] et [EC].

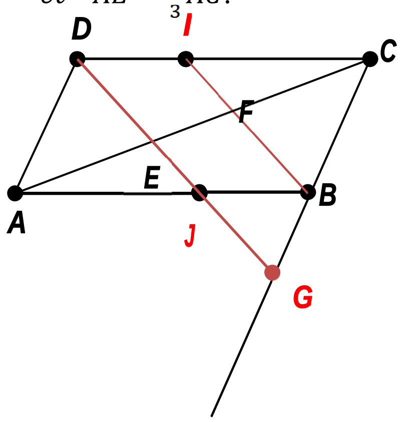
Montrer que les points I, F, G et J sont alignes

et que : $\overrightarrow{IF} = \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{GJ}$.

3. On désigne par K le milieu de [BF]. Montrer que les points K, N et J sont alignes.
4. On désigne par P le point d'intersection de (DC) et (AE). Montrer que (MP) est parallèles a (BC).
5. Déterminer le réel a tel que : $\overrightarrow{BK} = a.\overrightarrow{BM}$

Exercice n°3

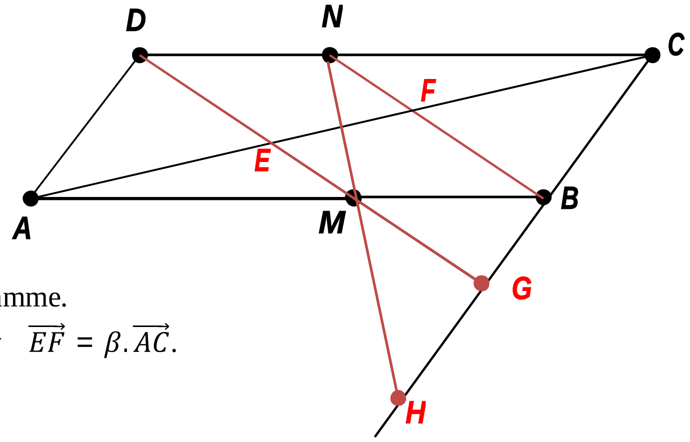
On considère un parallélogramme $ABCD$. Les points E et F sont tels que : $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.



1. Montrer que les droites (DE) et (BF) sont parallèles.
2. Montrer que les droites (IJ) et (AD) sont parallèles.
3. Montrer qu'IEJF est un parallélogramme.
4. Montrer que B est le milieu du segment [CG] et que J est le milieu de [DG].
5. Montrer que : $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DJ}$ et $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DG}$

Exercice n°4

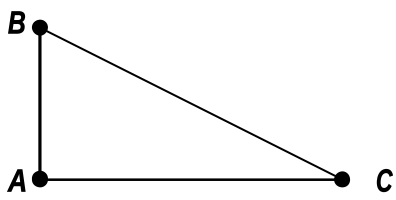
On considère un parallélogramme *ABCD*. Les points *M* et *N* sont tels que : $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$.



1. Montrer que le quadrilatère *BMDN* est un parallélogramme.
2. Déterminer les réel α et β tels que : $\overrightarrow{AE} = \alpha.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{EF} = \beta.\overrightarrow{AC}$.
3. Déterminer le réel λ tel que : $\overrightarrow{AF} = \lambda.\overrightarrow{AC}$.
4. Montrer que *MENF* est un parallélogramme.
5. Montrer que M est le milieu du segment [NH] et que G est le milieu de [BH].

Exercice n°5

Soit un triangle *ABC* rectangle en A et tel que : *AC =2AB*.



1. Placer les points *E, G, D et F* définis par *:*

$\overrightarrow{AE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AG} = -2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AG}$

2. Quelle est la nature des quadrilatères *ABDE* et *ACFG* ?
3. On désigne par *H* le milieu de [AH] et par *I* le point d'intersection des droites (DE) et (FG).

Montrer que :

a. les droites (BH) et (*CG*) sont orthogonales.
b. les droites (GH) et (*B C*) sont orthogonales.
c. les droites (IA) et (*B C*) sont orthogonales.

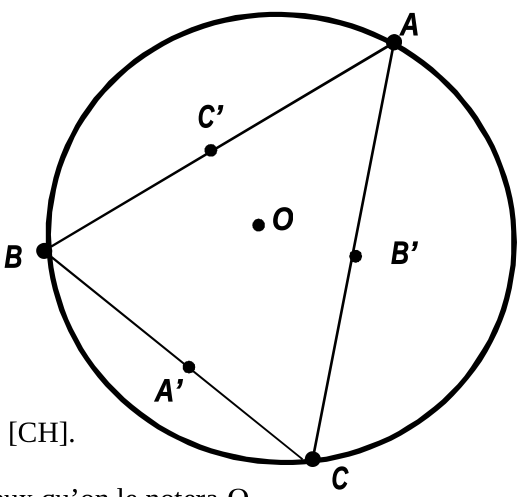
Montrer que : *IA* = *BC* et *IC* = *BF*

Exercice n°6

Soit un triangle *ABC* non rectangle et non équilatéral.

(C) son cercle circonscrit. de centre O et de rayon r

A', B' et C' sont les milieux respectives de [BC] et [AC] et [BC].



1. On considère le point H définie par : $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$

a. Montrer que : $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{BH} = 2\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{CH} = 2\overrightarrow{OC}$
b. En déduire que : les droites (*A H*) et (*B C*) sont orthogonales et que

(*B H*) et (*C A*) sont orthogonales.

2. On désigne par *I, J et K* les milieux des cotes [AH] et [BH] et [CH].

Montrer que les segments [OH] et [IA'] et [JB'] et [KC']. ont même milieux qu'on le notera Ω.

3. Montrer que : $\overrightarrow{\Omega I} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{\Omega J} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{\Omega K} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$ En déduire que les points *I, J et K* sont sur le cercle (C') de centre Ω et de rayon $\frac{1}{2}r$.

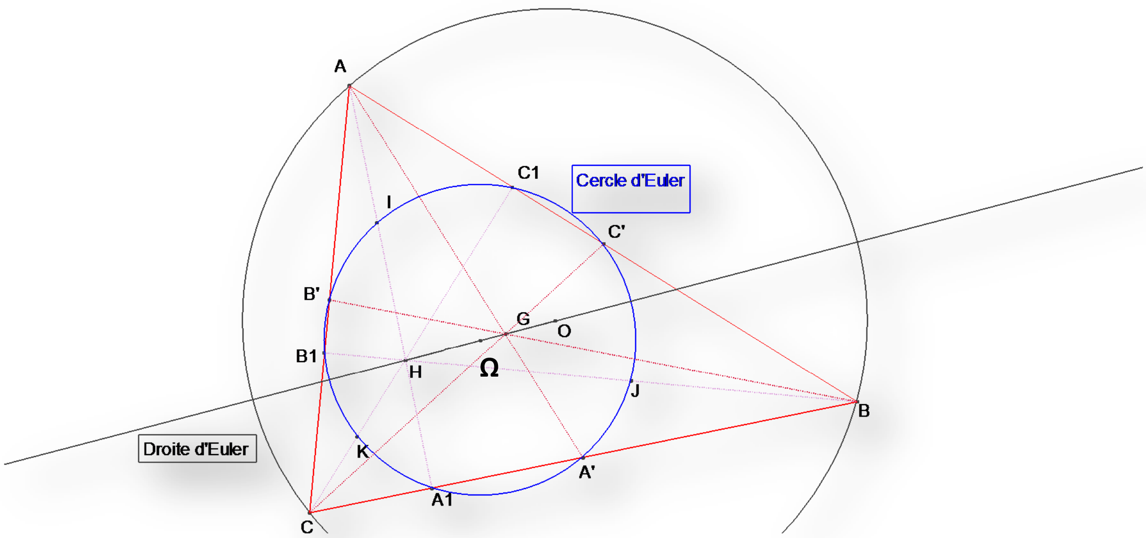
4. Montrer que : $\overrightarrow{\Omega A'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{\Omega B'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{\Omega C'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$ En déduire que les points *A'*, *B'* *et C'* sont sur le cercle (C').
5. On désigne par A_1, B_1 et C_1 les pieds sur (*BC*), (*CA*) et (*AB*).des hauteurs du triangle ABC.

Montrer que les points A_1, B_1 et C_1 sont sur le cercle (C').

6. Soit G le centre de gravité de ABC, Montrer que les points *O*, *G* et *H* sont alignes.
7. Que dire des points *O, G, H et* Ω lorsque ABC est équilatéral.
8. Les résultats précédents sont-elles vrai lorsqu'ABC est rectangle en A.
9. Le cercle (C') est appelé cercle d'Euler du triangle ABC, lorsque ABC n'est pas équilatéral, la droite (OH)

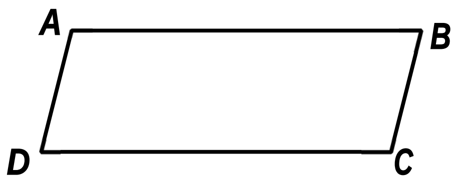
S'appelle droite d'Euler de ABC.

Figure complète ;



Vrai-faux

Pour un parallélogramme *ABCD*, on a :



1. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
2. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BD}$
3. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
4. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \vec{0}$
5. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \vec{0}$

Exercice n°1

A / Soit ABC un triangle

1. Construire les points D et E tels que : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.
2. Montrer que les points *A, D et E* sont alignes et que les droites *(BC)* et *(DE)* sont parallèles.

B / Soit ABC un triangle

1. Placer les points P, Q et R tels que : $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CR} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$.
2. Montrer que les droites (A*P*), *(BQ)* et *(CR)* sont concourants au centre de gravité du triangle *ABC*

C / Pour un parallélogramme *ABCD*

1. Placer les points D et E tels que : $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$
2. Montrer que les points *C, E et F* sont alignes.

D / Sur une droite graduée Δ munie d'un repère (O, I)

1. Placer les points P tel que $\overrightarrow{OP} = 12\overrightarrow{OI}$
2. On pose : $\vec{U} = \overrightarrow{OP}$ .Placer les points A, B et C tels que : $\overrightarrow{OA} = \frac{1}{3}\vec{U}$, $\overrightarrow{OB} = \frac{3}{4}\vec{U}$ et $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{3}\vec{U} - \frac{1}{3}\vec{U}$.
3. Montrer que les segments [IB] et [CP] ont même milieux.

<u>Exercice n°2</u>

Dans les exercices suivants $(O, \vec{I}, \vec{J})$ est un repère du plan.

1. Placer les points A, B, C, D et E tels que : $\overrightarrow{OA} = \vec{I} + 2\vec{J}$, $\overrightarrow{OB} = \frac{5}{2}\vec{I} - 2\vec{J}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{I} - \vec{J}$,
   $\overrightarrow{OD} = -2\vec{I} + \vec{J}$ et $\overrightarrow{OE} = \frac{3}{2}\vec{I} + \vec{J}$.
2. Montrer que les points *A, B et E* sont alignes.
3. Montrer que les droites (C*D*) et *(BI)* sont parallèles.

1. Placer les points A, B, C et D tels que : $\overrightarrow{OA} = 2\vec{I} - \vec{J}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{I} + 2\vec{J}$, $\overrightarrow{OC} = -2\vec{I} + \vec{J}$,
   $\overrightarrow{OD} = -\vec{I} - 2\vec{J}$
2. Montrer qu'ABCD est un parallélogramme.

1. Placer les points A, B et C tels que : $\overrightarrow{OA} = -\vec{I} + \vec{J}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{I} - 2\vec{J}$, $\overrightarrow{OC} = 2\vec{I} + \vec{J}$,

On pose $\overrightarrow{OD} = \alpha\vec{I} + \beta\vec{J}$. Déterminer les réel α et β pour qu'ABCD soit un parallélogramme

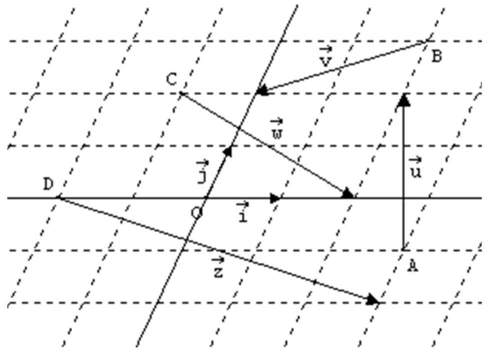
<u>Exercice 1 :</u> O et A sont deux points distincts :
1. Placer les points M, N, P tels que :
a) $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OA}$ **b)** $\overrightarrow{ON} = -3{,}5\overrightarrow{OA}$ **c)** $\overrightarrow{OP} = -7\overrightarrow{OA}$
2. a) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}$ en fonction de $\overrightarrow{OA}$.
b) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{OP}$ en fonction de $\overrightarrow{ON}$.

<u>Exercice 2 :</u> A et B sont deux points distincts.
Placer les points M, N, P, Q tels que :
a) $\overrightarrow{AM} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$ **b)** $\overrightarrow{NA} = 3\overrightarrow{AB}$ **c)** $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{AB}$ **d)** $\overrightarrow{BQ} = -2\overrightarrow{AQ}$.

<u>Exercice 3 :</u> A, B, C, D sont quatre points. Démontrer que :
1. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BA}) = \overrightarrow{DA}$
2. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

<u>Exercice 4 :</u> ABC est un triangle. Les points N et P sont tels que : $\overrightarrow{AN} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$.
1. Placer les points N et P.
2. Exprimer $\overrightarrow{AP}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.

3. En déduire un réel k tel que $\overrightarrow{AN} = k\,\overrightarrow{AP}$.



Exercice 5 :

Lire les coordonnées des points A, B, C, D
et celles des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$, $\vec{z}$.

Exercice 6 :

Dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$

1. Placer les points A(4 ;2), B(-2 ; 1), C(-3 ; 5).

2. Représenter le vecteur $\overrightarrow{AM} = 2\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

3. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AM}$; déterminer alors les coordonnées du point M.

Exercice 7 :

Dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, placer les points suivants : A(5 ; 1), B(-4 ; 4), C(-3 ; -2) et D(0 ; -3).
Démontrer que le quadrilatère ABCD est un trapèze.