REPUBLIQUE TUNISIENNE ◈◈◈ MINISTERE DE L'EDUCATION	EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2012		
	Epreuve : MATHEMATIQUES	Durée : 3 heures	Coefficient : 3
SECTION : Sciences Expérimentales		SESSION PRINCIPALE	

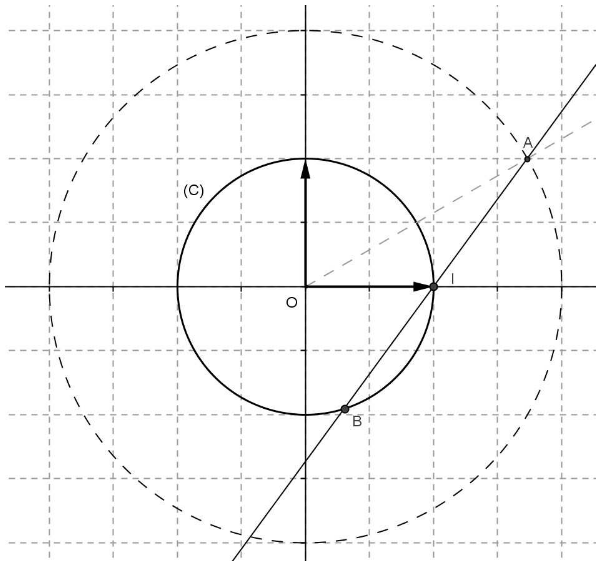
EXERCICE 1 : (3 points)

1) **b** 2) **b** 3) **c** 4) **b**

EXERCICE 2 : (4 points)

1) a) $a=\sqrt{3}+i=2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)=2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)=2e^{i\frac{\pi}{6}}$

b)



2) a) $b=\frac{a-1}{1-\overline{a}}$

$b\overline{b}=\left(\frac{a-1}{1-\overline{a}}\right)\times\overline{\left(\frac{a-1}{1-\overline{a}}\right)}=\left(\frac{a-1}{1-\overline{a}}\right)\times\left(\frac{\overline{a}-1}{1-a}\right)=\left(\frac{a-1}{1-a}\right)\times\left(\frac{\overline{a}-1}{1-\overline{a}}\right)=(-1)\times(-1)=1$

$b\overline{b}=1\Leftrightarrow|b|^2=1\Leftrightarrow|b|=1\Leftrightarrow OB=1$ donc B est un point de (C).

b) $\left(\frac{b-1}{a-1}\right)\times\overline{\left(\frac{b-1}{a-1}\right)}=\left(\frac{b-1}{a-1}\right)\times\left(\frac{\overline{b}-1}{\overline{a}-1}\right)=\frac{b\overline{b}-b-\overline{b}+1}{a\overline{a}-a-\overline{a}+1}=\frac{2-(b+\overline{b})}{5-\left(a+\overline{a}\right)}$ or $a+\overline{a}=2$ Ré(a) et $b+\overline{b}=2$ Ré(b)

Ainsi $\frac{b-1}{a-1}$ est un réel.

$\frac{b-1}{a-1}=\frac{z_B-z_I}{z_A-z_I}=\frac{z_{\overrightarrow{IB}}}{z_{\overrightarrow{IA}}}\in IR$ donc $\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{IA}$ sont colinéaires et par suite I, A et B sont alignés.

Autrement : $\overline{\left(\frac{b-1}{a-1}\right)}=\frac{\overline{b}-1}{\overline{a}-1}=\frac{\frac{1}{b}-1}{\overline{a}-1}=\frac{\frac{1-b}{b}}{\overline{a}-1}=(1-b)\times\left(\frac{1}{b\times\left(\overline{a}-1\right)}\right)=(1-b)\left(\frac{1-\overline{a}}{a-1}\times\frac{1}{\overline{a}-1}\right)=\frac{b-1}{a-1}$

Ainsi $\frac{b-1}{a-1}$ est un réel.

c) $B\in(C)\cap(AI)$

3) $b=\frac{a-1}{1-\overline{a}}=\frac{(a-1)(1-a)}{|1-a|^2}=-\frac{(1-a)^2}{|1-a|^2}=-\frac{1+a^2-2a}{|1-a|^2}=-\frac{3+2i\sqrt{3}-2\sqrt{3}-2i}{5-2\sqrt{3}}$

D'où $b=\frac{-3+2\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}}+i\frac{-2\sqrt{3}+2}{5-2\sqrt{3}}$ or b d'argument θ et $|b|=1$donc $b=\cos\theta+i\sin\theta$

D'où $\cos\theta = \dfrac{-3+2\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}}$ et $\sin\theta = \dfrac{-2\sqrt{3}+2}{5-2\sqrt{3}}$

EXERCICE 3 : (4 points)

I) 1) la probabilité de l'événement O : un tunisien ait un sang du groupe O, p(O) = 0,46.

2) a) soit p_1 la probabilité qu'un seul parmi les quatre ait un sang du groupe O.

$$p_1 = C_4^1\ p(O)\ (1-p(O))^3 = 4\times 0,46\times(0,54)^3 = 0,29$$

b) sot p_2 la probabilité de trouver les quatre groupes sanguins chez les donneurs.

$$p_2 = 4!\ \times 0,31\times 0,18\times 0,05\times 0,46 = 0,03$$

II) 1) Soit R l'événement : le sang est de Rhésus négatif.

La probabilité qu'un tunisien soit un donneur universel est $p = p(O\cap R) = p(R/O)\times p(O) = 0,09\times 0,46 = 0,0414$

2) X suit une loi binomiale de paramètre (n , p) avec p = 0,0414 et n le nombre de donneurs.

a) La loi de probabilité de X est donné par : $p(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$, $k\in\{0,1,2,.....n\}$

$$= C_n^k (0,0414)^k (0,9586)^{n-k}\ ,\ k\in\{0,1,2,.....n\}$$

b) $E(X) = np = 0,0414\times n$

c) Le nombre moyen des donneurs universels pour n = 5000 est $E(X) = 0,0414\times 5000 = 207$

EXERCICE 4 : (3 points)

1) (E) : $y' + (0,115)y = 0 \Leftrightarrow y' = -(0,115)y$

L'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E) est l'ensemble des fonctions définies sur **IR** par $f : x \mapsto ke^{-0,115x}$, où k est un réel quelconque.

2) a) Q est une solution de (E) vérifiant $Q(0) = 1,4$ ainsi $Q(t) = ke^{-0,115t}$ donc k = 1,4

D'où $Q(t) = 1,4e^{-0,115t}$, $t\geq 0$

b) Q est dérivable sur $[0\ ,\ +\infty[$ et $Q'(t) = 1,4\times(-0,115)e^{-0,115t}$, $t\geq 0$

$$= -0,161e^{-0,115t}\ ,\ t\geq 0$$

Donc Q est strictement décroissante sur $[0\ ,\ +\infty[$.

c) $Q(t) = 0,7 \Leftrightarrow 1,4e^{-0,115t} = 0,7 \Leftrightarrow e^{-0,115t} = 0,5 \Leftrightarrow -0,115t = \ln(0,5)$

$$\Leftrightarrow t = \frac{\ln(0,5)}{-0,115}$$

D'où $t \simeq 6h$

3) Q est strictement décroissante sur $[0\ ,\ +\infty[$ et Q(0) = 1,4 et comme Q(t) = 0,7 pour t = 6 donc après 6h la quantité présente dans le sang est inférieur à 0,7 ce qui explique l'injection de 0,7 mg de ce médicament chaque 6h.

EXERCICE 5 : (6 points)

1) a) $f(0) = f(\alpha) = 0$

$f(x) > 0$ si $0 < x < \alpha$

$f(x) < 0$ si $\alpha < x$

b) $f(\alpha) = 0$ donc $\alpha^2 + \alpha\ln\alpha + \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha\ln\alpha = -\alpha^2 - \alpha$ et $\alpha \neq 0$ d'où $\ln\alpha = \dfrac{-\alpha^2-\alpha}{\alpha}$ ainsi $\ln\alpha = -\alpha - 1 = -(\alpha+1)$

2) g la fonction définie sur $[\alpha\ ,\ +\infty[$ par $g(x) = \dfrac{x\ \ln x}{x+1} + 1$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x\ \ln x}{x+1} + 1 = \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{x+1}\ln x + 1 = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x+1} + \frac{1}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x}\frac{1}{1+\frac{1}{x}} + \frac{1}{x} = 0$$

3) a) g est dérivable sur $[\alpha\ ,\ +\infty[$ et

$$g(x) = \frac{(\ln x+1)(x+1) - x\ln x}{(x+1)^2} = \frac{x\ln x + \ln x + x + 1 - x\ln x}{(x+1)^2} = \frac{1}{x}\times\frac{x\ln x + x^2 + x}{(x+1)^2} = \frac{1}{x}\times(-f(x))$$

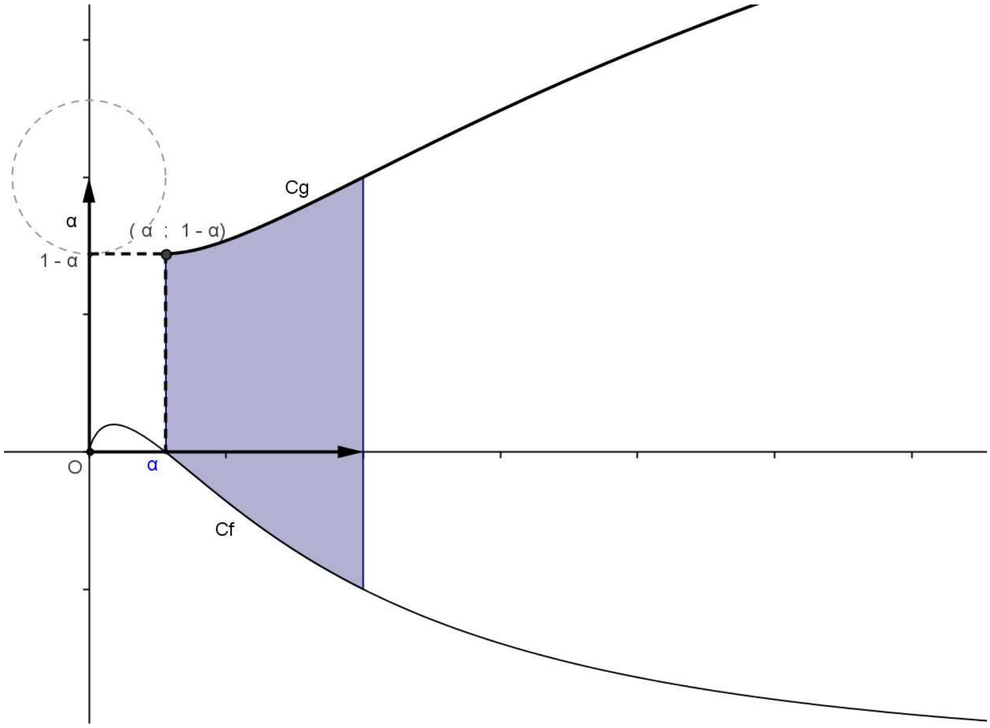
D'où $g(x) = -\dfrac{f(x)}{x}$

b) le signe de g' est celui de (–f)

x	α	$+\infty$
$g'(x)$	0 +	
$g(x)$	$g(\alpha)$ ↗	$+\infty$

4) a) $g(\alpha)=\dfrac{\alpha\ \ln\alpha}{\alpha+1}+1=\dfrac{\alpha\times\ (-(\alpha+1))}{\alpha+1}+1=-\alpha+1=1-\alpha$

b) et c)



5) a) $\int_{\alpha}^{1} f(x)\ dx=-\int_{\alpha}^{1} x\ g'(x)\ dx$

On pose : $\begin{cases} u(x)=x \\ v'(x)=g'(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u'(x)=1 \\ v(x)=g(x) \end{cases}$

D'après le formule d'intégration par parties.

$\int_{\alpha}^{1} f(x)\ dx=-\int_{\alpha}^{1} x\ g'(x)\ dx=-\left([xg(x)]_{\alpha}^{1}-\int_{\alpha}^{1} g(x)\ dx\right)=-[xg(x)]_{\alpha}^{1}+\int_{\alpha}^{1} g(x)\ dx$

b) $\mathcal{A}=\int_{\alpha}^{1}|f(x)-g(x)|\ dx=\int_{\alpha}^{1} g(x)-f(x)\ dx$ or $\int_{\alpha}^{1} f(x)\ dx=-[xg(x)]_{\alpha}^{1}+\int_{\alpha}^{1} g(x)\ dx \Leftrightarrow \int_{\alpha}^{1} g(x)\ dx-\int_{\alpha}^{1} f(x)\ dx=[xg(x)]_{\alpha}^{1}$

d'où $\mathcal{A}=\int_{\alpha}^{1} g(x)-f(x)\ dx=[xg(x)]_{\alpha}^{1}=g(1)-\alpha g(\alpha)=1-\alpha(1-\alpha)=1-\alpha+\alpha^2$ ainsi $\mathcal{A}=\alpha^2-\alpha+1$ u.a