CORRECTION DU SUJET DE MATHS SECTION SC EXP session principale Juin 2012

PROFESSEUR : ali ben massoud lycee ibn sina el kabarya tunis

Exercice 1 : (**QCM**) **: 1- b 2- b 3- c 4- b**

EXERCICE 2

1. *a*. **| *a* | = 2 et arg *a* =** $\frac{\pi}{6}$ **donc *a* =** $e^{i\frac{\pi}{6}}$.

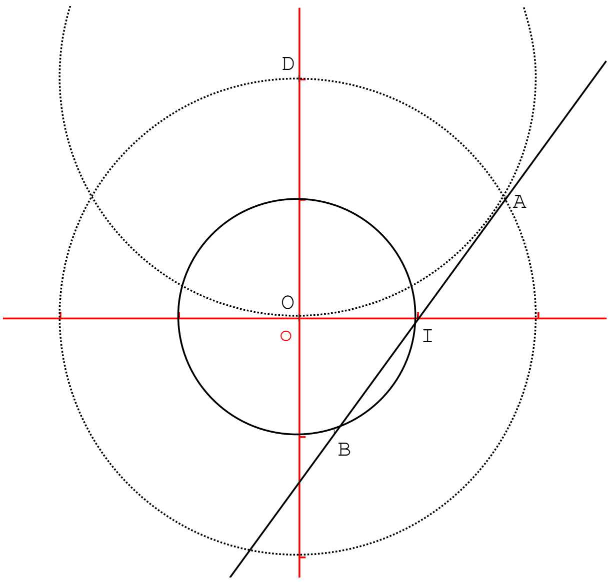
2. ***b*** **=** $\frac{a-1}{1-\bar{a}} = -\frac{a-1}{\bar{a}-1}$ **donc** $\bar{b} = -\frac{\bar{a}-1}{a-1}$ **donc** $b\,\bar{b} = \frac{(a-1)(\bar{a}-1)}{(\bar{a}-1)(a-1)} = 1$ **donc | *b* |² = OB² = 1 donc B ∈ (C).**

***b*.** ***b* − 1 =** $\frac{a-1}{1-\bar{a}} - 1 = \frac{a-1-(1-\bar{a})}{1-\bar{a}} = \frac{a+\bar{a}}{1-\bar{a}}$ **donc** $\frac{b-1}{a-1} = \frac{a+\bar{a}}{(1-\bar{a})(a-1)} = -\frac{a+\bar{a}}{(\bar{a}-1)(a-1)}$

$\frac{b-1}{a-1} = -\frac{a+\bar{a}}{|a-1|^2}$ **or *a* +** $\bar{a}$ **= Re(*a*) donc** $\frac{b-1}{a-1}$ **est un réel.**

Il existe un réel *k* tel que $\frac{b-1}{a-1}$ **= *k* donc *b* − 1 = *k* (*a* − 1) donc** $\overrightarrow{IB} = k\,\overrightarrow{IA}$ **, les points A, B et I sont alignés.**

B est le point d'intersection autre que I du cercle (C) et de la droite (IA).



b= $\frac{a-1}{1-\bar{a}} = -\frac{\sqrt{3}+i-1}{\sqrt{3}-i-1} = -\frac{(\sqrt{3}+i-1)(\sqrt{3}+i-1)}{(\sqrt{3}-i-1)(\sqrt{3}+i-1)}$

b = $-\frac{(\sqrt{3}-1)^2+2i(\sqrt{3}-1)+i^2}{(\sqrt{3}-1)^2+1} = -\frac{3-2\sqrt{3}+1+2i(\sqrt{3}-1)-1}{3-2\sqrt{3}+1+1}$

b = $-\frac{3-2\sqrt{3}+2i(\sqrt{3}-1)}{5-2\sqrt{3}}$ = cos θ + i sin θ donc cos θ = $-\frac{3-2\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}-3}{5-2\sqrt{3}}$ et sin θ =

$-\frac{2(\sqrt{3}-1)}{5-2\sqrt{3}} = \frac{2-2\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}}$

EXERCICE 3

I 1. **Par lecture du tableau p = 0,46.**

2. *a*. **p =** $C_4^1 \times p(o) \times p(\bar{o})^3 = C_4^1 \times (0,46) \times (0,54)^3 = C_4^3 \times (0,46) \times (0,54)^3 = 4 \times (0,46) \times (0,54)^3 =$

2. *b*. **$p = 0,31 \times 0,18 \times 0,05 \times 0,46 \times 4$!**

II 1. **9 % des individus de groupe O sont de Rhésus négatif donc $p = 0,46 \times 0,09 = 0,0414$.**

2. *a*. **X suit une loi binomiale de paramètres (n ; 0,0414).**

***b*.** **E(X) = np = 0,0414 n.**

***c*.** **Le nombre moyen est E(X) quand n = 5000 soit 207.**

Exercice 4 :

(E) : $y' + (0,115)y = 0$.

1- $y = k\,e^{-0,115\,t}$ avec $k \in$ IR .

2- a) Q est une solution de (E) donc $Q(t) = k\,e^{-0,115\,t}$ avec $Q(0) = 1,4 = k$ donc $Q(t) = 1,4e^{-0,115\,t}$, $t \geq 0$.

b) Q est dérivable sur $[\,0 , +\infty\,[$, $Q'(t) = -0,115 \times 1,4e^{-0,115\,t} = -0,161\,e^{-0,115\,t} < 0$ donc Q est strictement décroissante sur $[\,0 , +\infty\,[$.

c) $Q(t) = 0,7$ signifie $1,4e^{-0,115\,t} = 0,7$ signifie $e^{-0,115\,t} = 0,5$ signifie $-0,115t = \ln(0,5) = -\ln 2$.

signifie $t = \dfrac{\ln 2}{0,115} \approx 6$.

3- Après 6h la quantité de la dose diminue de 0,7 mg qui représente la moitié de la quantité donc la quantité sera disparue après 6 h .

EXERCICE 5

1. *a*. **Graphiquement f est strictement positive sur $]\,0\,;\,\alpha\,[$, nulle en α et strictement négative sur $]\,\alpha\,;\,+\infty\,[$.**

***b*.** **$f(\alpha) = 0$ donc $\alpha^2 + \alpha\ln\alpha + \alpha = 0$ soit $\alpha(\alpha + \ln\alpha + 1) = 0$**

$\alpha \neq 0$ donc $\alpha + \ln\alpha + 1 = 0$ soit $\ln\alpha = -(\alpha + 1)$.

2. **$g(x) = \dfrac{x}{x+1}\ln x + 1$ or $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{x+1} = 1$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$.**

$\dfrac{g(x)}{x} = \dfrac{x}{x+1} \times \dfrac{\ln x}{x} + \dfrac{1}{x}$ or $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{x+1} = 1$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x} = 0$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{g(x)}{x} = 0$.

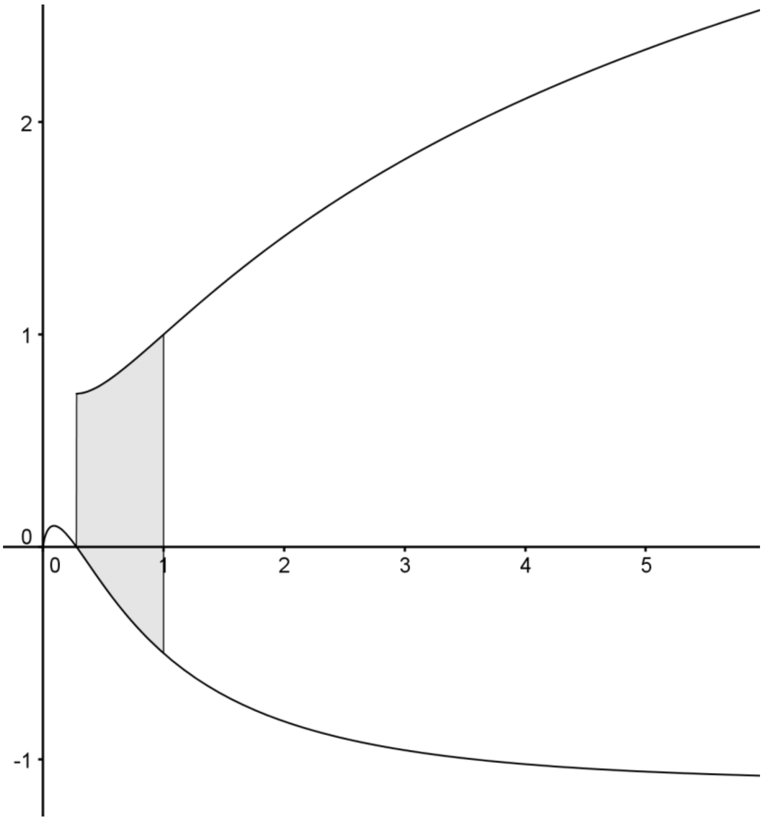
3. *a*. **$\dfrac{x}{x+1}\ln x + 1$**

$g'(x)$ = $-\dfrac{1}{(x+1)^2}\ln x + \dfrac{x}{x+1}\times\dfrac{1}{x} = \dfrac{x\ln x + x(x+1)}{x(x+1)^2}$ **=** $-\dfrac{f(x)}{x}$

x	α		$+\infty$
$f(x)$	0	$-$	
$g'(x)$	0	$+$	
g	$g(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

4. *a*. $g(\alpha) = \dfrac{\alpha}{\alpha+1}\ln\alpha + 1 = \dfrac{\alpha}{\alpha+1}\times[-(\alpha+1)] + 1 = 1-\alpha$

4. *b*.



5. *a*. **Soit** $\begin{cases} u'(x) = 1 & u(x) = x \\ v(x) = g(x) & v'(x) = g'(x) \end{cases}$

donc $\int_{\alpha}^{1} g(x)\,\mathrm{d}x$ **=** $\left[x\,g(x)\right]_{\alpha}^{1} - \int_{\alpha}^{1} x\,g'(x)\,\mathrm{d}x$

$\int_{\alpha}^{1} g(x)\,\mathrm{d}x$ **=** $\left[x\,g(x)\right]_{\alpha}^{1} - \int_{\alpha}^{1} -x\,\frac{f(x)}{x}\,\mathrm{d}x$ **soit** $\int_{\alpha}^{1} g(x)\,\mathrm{d}x$ **=** $\left[x\,g(x)\right]_{\alpha}^{1} + \int_{\alpha}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$

$\int_{\alpha}^{1} g(x)\,\mathrm{d}x$ **−** $\left[x\,g(x)\right]_{\alpha}^{1} = \int_{\alpha}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$ **soit** $\int_{\alpha}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = -\left[x\,g(x)\right]_{\alpha}^{1}$ **+** $\int_{\alpha}^{1} g(x)\,\mathrm{d}x$

A est l'aire de la partie du plan limitée par les courbes C_f , C_g et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 1$.

A = $\int_{\alpha}^{1} [\,g(x) - f(x)\,]\,\mathrm{d}x$ **=** $\int_{\alpha}^{1} g(x)\,\mathrm{d}x$ **−** $\int_{\alpha}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = -\left[x\,g(x)\right]_{\alpha}^{1}$ **= $-\alpha g(\alpha) + 1\,g(1) = -\alpha\,(1-\alpha) + 1 = \alpha^2 - \alpha + 1$**