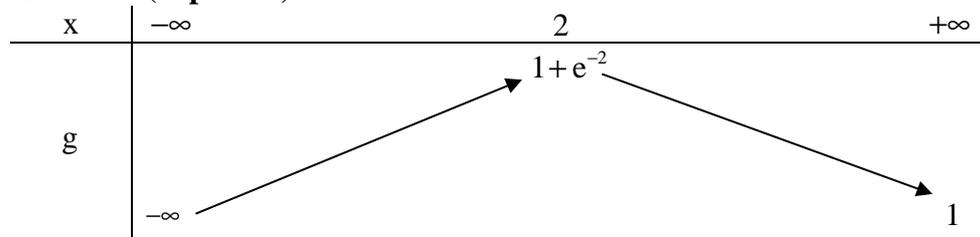


REPUBLIQUE TUNISIENNE ♦♦♦ MINISTERE DE L'EDUCATION	EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2012		
	Epreuve : MATHEMATIQUES	Durée : 2 heures	Coefficient : 2
SECTION : Economie et Gestion	SESSION DE CONTROLE		

EXERCICE 1 : (4 points)

- 1) b) 2) c) 3) c) 4) b) 5) a)
6) b) 7) c) 8) a)

EXERCICE 2 : (6 points)



1) soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = (x-1)e^{-x} + 1$

a) $g(0) = (0-1)e^{-0} + 1 = 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
g(x)	$-$	\emptyset	$+$

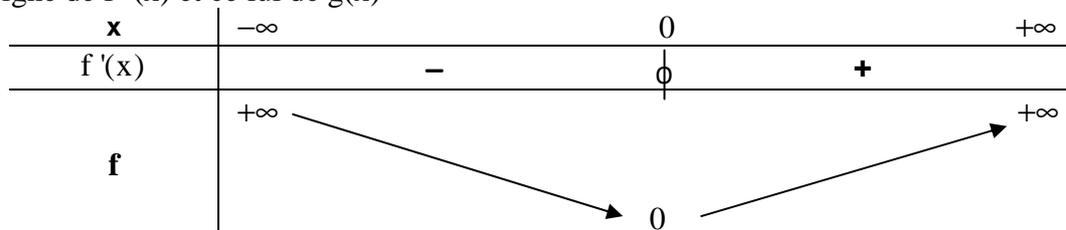
2) soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x - xe^{-x}$

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x - xe^{-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x(1 - e^{-x}) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x - xe^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x(1 - e^{-x}) = +\infty$

b) f est dérivable sur \mathbb{R} et pour tout réel x , $f'(x) = 1 - (e^{-x} - xe^{-x}) = 1 - e^{-x} + xe^{-x} = (x-1)e^{-x} + 1 = g(x)$

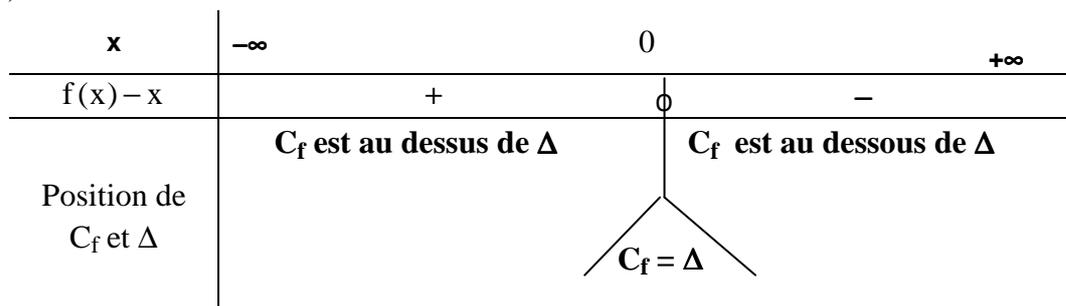
c) le signe de $f'(x)$ et ce lui de $g(x)$



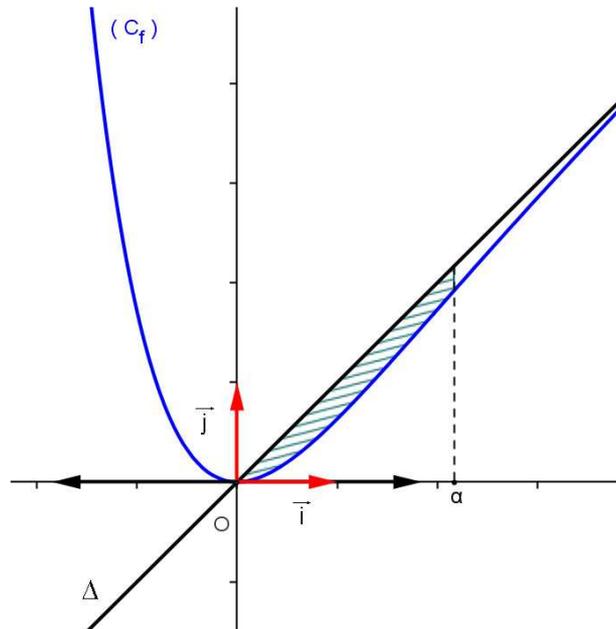
3) a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - xe^{-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 - e^{-x} = -\infty$ la courbe (C_f) admet au voisinage de $-\infty$ une branche infinie parabolique de direction celle de (O, \vec{j}) .

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} x - xe^{-x} - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} -xe^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{x}{e^x} = 0$ ainsi la droite Δ d'équation $y = x$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $+\infty$

c) $f(x) - x = -xe^{-x}$



d)



4) a) $\alpha > 0$

$$\mathcal{A}(\alpha) = \int_0^{\alpha} |f(x) - x| dx = \int_0^{\alpha} x - f(x) dx = \int_0^{\alpha} xe^{-x} dx$$

A l'aide d'une intégration par parties :

$$\text{On pose } \begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = e^{-x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -e^{-x} \end{cases}$$

$$\text{Donc } \mathcal{A}(\alpha) = \int_0^{\alpha} xe^{-x} dx = \left[-xe^{-x} \right]_0^{\alpha} + \int_0^{\alpha} e^{-x} dx = \left[-xe^{-x} \right]_0^{\alpha} + \left[-e^{-x} \right]_0^{\alpha} = -\alpha e^{-\alpha} - e^{-\alpha} + 1$$

$$\text{D'où } \mathcal{A}(\alpha) = 1 - (\alpha + 1)e^{-\alpha} \text{ u.a}$$

$$\text{b) } \lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \mathcal{A}(\alpha) = \lim_{\alpha \rightarrow +\infty} 1 - (\alpha + 1)e^{-\alpha} = \lim_{\alpha \rightarrow +\infty} 1 - \frac{\alpha}{e^{\alpha}} - \frac{1}{e^{\alpha}} = 1$$

EXERCICE 3 : (5 points)

1) On pose x : le nombre de type B_1

y : le nombre de type B_2

z : le nombre de type B_3

Le bijoutier fabrique pendant une semaine 12 bracelets donc $x + y + z = 12$

Le bijoutier dispose de 150 g d'or pour la fabrication de ces bracelets dont 10g pour le type B_1 , 10g pour le type B_2 et 20g pour le type B_3 donc $10x + 10y + 20z = 150$

Le coût total de fabrication des bracelets est 7900 D dont 500 D le type B_1 , 600 D le type B_2 et 1000 D le type B_3 donc $500x + 600y + 1000z = 7900$

$$\text{Ainsi déterminer } x, y \text{ et } z \text{ revient à résoudre le système (S): } \begin{cases} 500x + 600y + 1000z = 7900 \\ 10x + 10y + 20z = 150 \\ x + y + z = 12 \end{cases}$$

$$\text{2) } A = \begin{pmatrix} 500 & 600 & 1000 \\ 10 & 10 & 20 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} -1 & 40 & 200 \\ 1 & -50 & 0 \\ 0 & 10 & -100 \end{pmatrix}$$

$$\text{a) } A \times B = \begin{pmatrix} 500 & 600 & 1000 \\ 10 & 10 & 20 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 & 40 & 200 \\ 1 & -50 & 0 \\ 0 & 10 & -100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{pmatrix} = 100 I_3$$

A est inversible et son inverse est la matrice $A^{-1} = \frac{1}{100} B = \begin{pmatrix} \frac{-1}{100} & \frac{2}{5} & 2 \\ \frac{1}{100} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{10} & -1 \end{pmatrix}$

b) $U = \begin{pmatrix} 7900 \\ 150 \\ 12 \end{pmatrix}$ et $V = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

A est inversible

D'où $A \times V = U \Leftrightarrow V = A^{-1} \times U \Leftrightarrow V = \frac{1}{100} B \times U$.

c) $A \times V = U$ est l'écriture matricielle du système (S) ainsi la solution de (S) est $V = \frac{1}{100} B \times U$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{100} & \frac{2}{5} & 2 \\ \frac{1}{100} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{10} & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7900 \\ 150 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -79 + 60 + 24 \\ 79 - 75 \\ 15 - 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Ainsi le nombre de bracelets de type B_1 est 5.

le nombre de bracelets de type B_2 est 4.

le nombre de bracelets de type B_3 est 3.

EXERCICE 4 : (5 points)

x_i	0	1	2	3	4	5
p_i	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1

1) $E(X) = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 x_i p_i = \frac{1}{6} (0,1 + 0,4 + 0,6 + 1,2 + 0,5) = \frac{2,8}{6} \approx 0,47$

2) a)

y_i	0	80	160	240	320	400
p_i	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1

b) le bénéfice moyen est l'espérance mathématique de Y

$E(Y) = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 y_i p_i = \frac{1}{6} (8 + 32 + 48 + 96 + 40) = \frac{224}{6} \approx 37,33$ dinars

3) p : la probabilité qu'un seul poste parmi les 5 postes vendus tombe en panne pendant la période de garantie.

$p = C_1^5 (0,9)^4 \times (1 - 0,9) = 5 \times 0,6561 \times 0,1 = 0,32805$