

Exercice 1

I) Soit (U_n) la suite définie sur \mathbb{N} par : $U_n = 2n - 1$

- 1) Montrer que (U_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison
- 2) on pose $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$
 - a) Exprimer S_n en fonction de n
 - b) en déduire S_{10}
- 3) soit $a = U_1 + U_2 + \dots + U_{10} + 22p$ avec p un entier naturel.

Quelle est le reste de la division euclidienne de a par 11

II) (V_n) une suite géométrique $V_2 = 3$ et $V_5 = 192$

- 1) Déterminer la raison de cette suite son premier terme V_0
- 2) calculer $S = V_0 + V_1 + \dots + V_{15}$
- 3) a) Exprimer V_n en fonction de n
 - b) Déduire que $V_n = \frac{3}{8} \cdot 2^{2n}$
- 4) On pose $P_n = V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n$. Montrer que $P_n = 3^n \times 2^{n^2 - 3n}$

Exercice 2

On donne $f(x) = 4\cos^2 x + 3\sin x - 3$ avec $x \in [0, \pi]$

- 1) Calculer $f(0)$, $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ et $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$
- 2) a) Montre que pour tout $x \in [0, \pi]$ on a $f(\pi - x) = f(x)$
 - b) En déduire que $f\left(\frac{\pi}{3}\right) + f\left(\frac{5\pi}{12}\right) = f\left(\frac{2\pi}{3}\right) + f\left(\frac{7\pi}{12}\right)$
- 3) a) Résoudre dans $[0, \pi]$; $f(x) = 3\sin x$ et Placer sur le demi cercle trigonométrique l'ensemble de solution de cette équation.
- 4) Calculer $S = \cos \frac{\pi}{8} + \cos \frac{3\pi}{8} - \sin \frac{\pi}{8} - \sin \frac{3\pi}{8}$

Exercice 3

ABC un triangle direct rectangle isocèle en A et I le milieu de [BC]

Soit R la rotation directe de centre A et d'angle $\frac{\pi}{4}$

- 1) Construire le point D image de B par R
- 2) Montrer que $R(D) = C$
- 3) Soit J le projeté orthogonal du point D sur la droite (AC)
 - a) Montrer que $R((ID)) = (AC)$ puis $R((BC)) = (DJ)$
 - b) En déduire que $R(I) = J$
- 4) Soit C' le cercle de diamètre [BC]

Déterminer et construire le cercle C' image de C par R.