Lycée 15 novembre 1955 ben mahfoudh riadh	*Devoir de synthèse n°1* Le 09-12-2011	3 ème sciences

Exercice n°1 :(4,5points)

C_f est la représentation graphique d'une fonction f dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

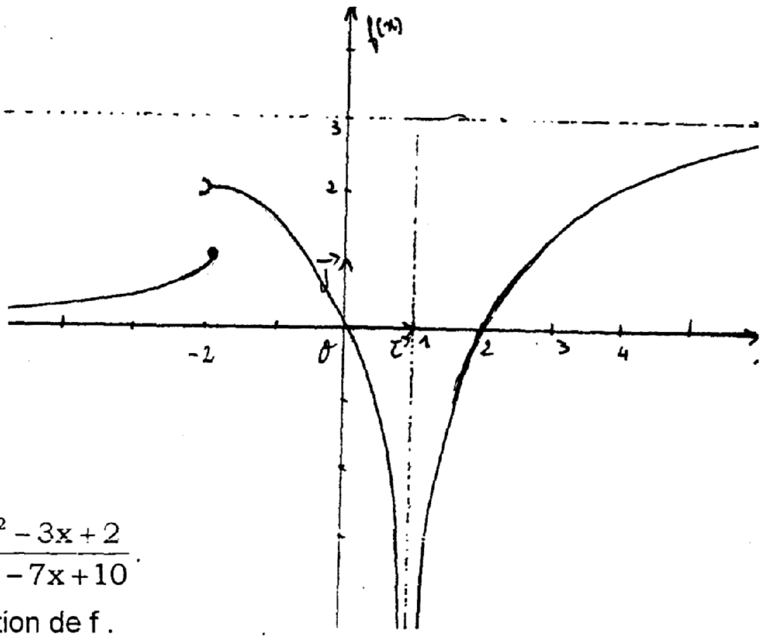
Par une lecture graphique répondre aux questions suivantes :

1) a) Déterminer l'ensemble de définition de f.

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

c) Préciser les droites asymptotes à C_f.

d) Déterminer $f([-2,1[)$ et $f(]1,+\infty[)$.



2) Répondre par vrai ou faux en justifiant les réponses.

a) f est continue sur $[-2,1[$.

b) 4 est un majorant de f.

c) L'ensemble de définition de la fonction $g : x \to \frac{1}{f(x)-2}$ est $\mathbb{R} \setminus \{4\}$.

Exercice n°2 :(7points)

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-7x+10}$.

1) Déterminer le domaine de définition de f .

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to 5^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 5^+} f(x)$ et interpréter graphiquement ces résultats.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement ces résultats.

3) a) Calculer $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$.

b) En déduire que f admet en 2 un prolongement par continuité F que l'on précisera.

4) Soit la fonction g définie par $g(x)=\begin{cases} \dfrac{x-1}{x-5} & \text{si } x \le 2 \\ \dfrac{3-\sqrt{2x+5}}{x-2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

a) Etudier la continuité de g en 2.

b) Montrer que g est continue sur $\mathbb{R}$.

c) Pour tout $x \in \mathbb{R} - \{2\}$ on pose $h(x)= \dfrac{g(x)-g(2)}{x-2}$

La fonction h admet – elle une limite en 2 ?

Exercice n°3 :(5points)

Dans le plan on considère un carré ABCD de centre O et AB = 4.

1) Calculer $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OB}$ puis $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{BC}$.

2) a) Calculer $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{BC}$.

b) Déterminer l'ensemble E des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{BC} = -16$.

3) Soit M un point de la droite (AB). La perpendiculaire à la droite (DM) menée de A coupe la droite (BC) en K. On pose $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BK} = y\overrightarrow{BC}$.

a) Montrer que $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BK}).(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AM}) = 16(x - y)$.

b) En déduire que $x = y$.

c) Montrer $(OM) \perp (OK)$.

Exercice n°4 :(3,5points)

Le plan est orienté dans le sens direct

Dans la figure ci contre M est un point de la dronte (BC) tel que BA=BM et N est le point de la perpendiculaire à (BC) en C tel que CA = CN.

On donne $(\widehat{\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}}) \equiv \frac{49\pi}{12}\ (2\pi)$ et $(\widehat{\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{31\pi}{12}\ (2\pi)$

1) a) Déterminer la mesure principale des angles orientes $(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB})$ et $(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC})$

   b) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

2) a) Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés : $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BM})$; $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA})$; $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})$ et $(\overrightarrow{CN},\overrightarrow{CA})$.

   b) Déduire que les points A, N et M sont alignés.