Mr Hédi Ayache	**Devoir de contrôle N°1**	**Durée : 2 H**
3Sc	**Épreuve : Mathématiques**	**Nov 2009**

Exercice 1:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2+x+1}$.

1. Justifier que f est continue sur $\mathbb{R}$.

2. a) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) = 2 - \dfrac{(x+1)^2}{x^2+x+1}$.

b) Déduire que 2 est le maximum de f.

3. a) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) = \dfrac{1}{3}\left(2 + \dfrac{(x-1)^2}{x^2+x+1}\right)$.

b) Déterminer alors le minimum de f.

4. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ et qui vérifie de plus : g est une fonction paire et $\forall x \in \mathbb{R}_+$, $g(x) = f(x)$.

a) Justifier que si $x \in \mathbb{R}_-$, $g(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2-x+1}$.

b) En déduire que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $g(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2+|x|+1}$. Montrer alors que g est continue sur $\mathbb{R}$.

c) Déterminer le maximum et le minimum de g.

Exercice 2:

$(\mathscr{C})$ est le cercle de centre O et de diamètre $[AB]$.

On donne : $AB = 4$, $AC = 3$, $AD = 2$, $CE = 1$ et $DF = 4$.

1. a) Justifier que $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AE} = 12$ et calculer $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AF}$.

b) Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF}$ et déduire que (AB) et (EF) sont deux droites perpendiculaires.

2. Soit $\Delta = \left\{M \in P / \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AC} = 9\right\}$

a) Justifier que $C \in \Delta$ et montrer que $\Delta = (BC)$.

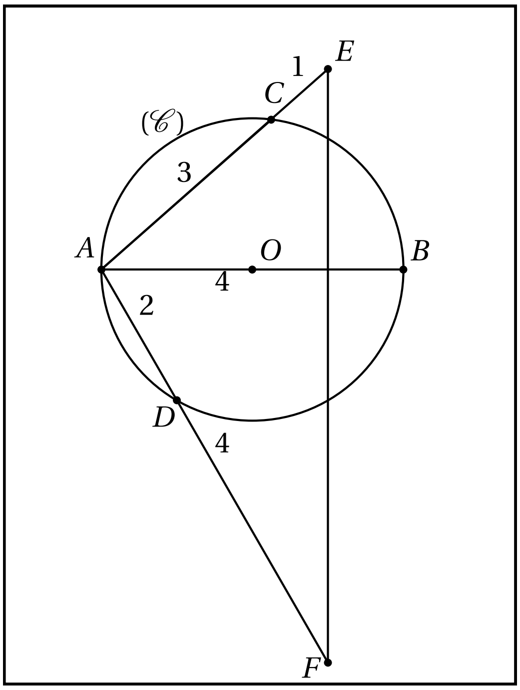
b) Déterminer l'ensemble $\Delta' = \left\{M \in P / \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = 4\right\}$

3. Soit l'ensemble $(\mathscr{C}') = \left\{M \in P / MA^2 + MB^2 = 64\right\}$.

a) Montrer que $F \in (\mathscr{C}')$.

b) Montrer que $(\mathscr{C}')$ est le cercle de centre O et passant par F.

c) Démontrer que le point E est situé à l'intérieur du cercle $(\mathscr{C}')$.



A compléter et à remettre avec la copie

Nom : ....
Prénom : ....

Exercice 3:

On a représenté ci-contre la courbe $(\mathscr{C}_f)$ d'une fonction f dans un plan rapporté à un repère orthonormé repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. Compléter :

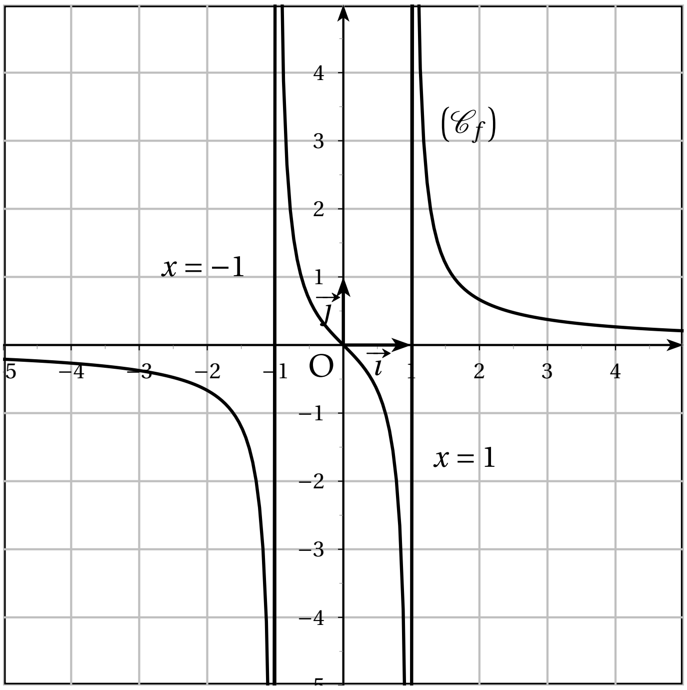
a) $D_f = \ .....$

b) $(\mathscr{C}_f)$ est symétrique par rapport à ..... car f est une fonction ......

c) La fonction $\sqrt{f}$ est définie sur ....

2. a) Tracer dans le même repère la courbe de la fonction $|f|$.

b) La fonction $|f|$ est une fonction ......



Exercice 4:

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.

1. f est une fonction définie négative croissante sur un intervalle I alors f^2 est :

☐ décroissante sur I ☐ croissante sur I ☐ majorée sur I

2. f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$, impaire et majorée alors :

☐ f^2 est impaire ☐ $-f$ est paire ☐ f est bornée sur $\mathbb{R}$.

3. Soit f la fonction définie par $f(x) = \sqrt{(x+2)^2(x-2)}$ alors :

☐ $D_f = \{-2\} \cup [2,+\infty[$ ☐ $\forall x \in D_f,\ f(x) > 0$ ☐ 0 est le minimum de f et il est atteint une seule fois.

4. ABC un triangle isocèle en A tel que $\widehat{ABC} = \dfrac{\pi}{5}$ alors on a :

☐ $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$ ☐ $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} > 0$ ☐ $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} < 0$.

5. Soit A et B deux points distincts et $\Delta = \left\{M \in P / \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = -(1+k^2)\right\}$ alors Δ est

☐ la droite passant par A et perpendiculaire à (AB)

☐ la droite passant par B et perpendiculaire à (AB)

☐ une droite perpendiculaire à (AB).