Lycée 15 Novembre 1955 Sfax Siala---B.Mahfoudh	Devoir de contrôle n°1 Durée 2h	Classe 4ème Sciences 11 – 11 – 2011

Exercice 1 (3 points)

Choisir la réponse correcte.

I. Soient A et B deux points du plan d'affixes respectives : $z_A = re^{i\frac{\pi}{3}}$ et $z_B = r'e^{i\frac{\pi}{4}}$ avec $r \in \mathbb{R}_+^*$ et $r' \in \mathbb{R}_+^*$.

1) Une mesure de $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right)$ est :

a) $\frac{\pi}{12}$ b) $-\frac{\pi}{12}$ c) $\frac{7\pi}{12}$.

2) l'ensemble des points A quand r décrit $\mathbb{R}_+^*$ est :

a) Une droite privée d'un point b) un cercle c) Une demi – droite privée d'un point

II. Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$

et h la fonction définie sur $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ par $h(x) = f\left(\frac{1}{\cos x}\right)$.

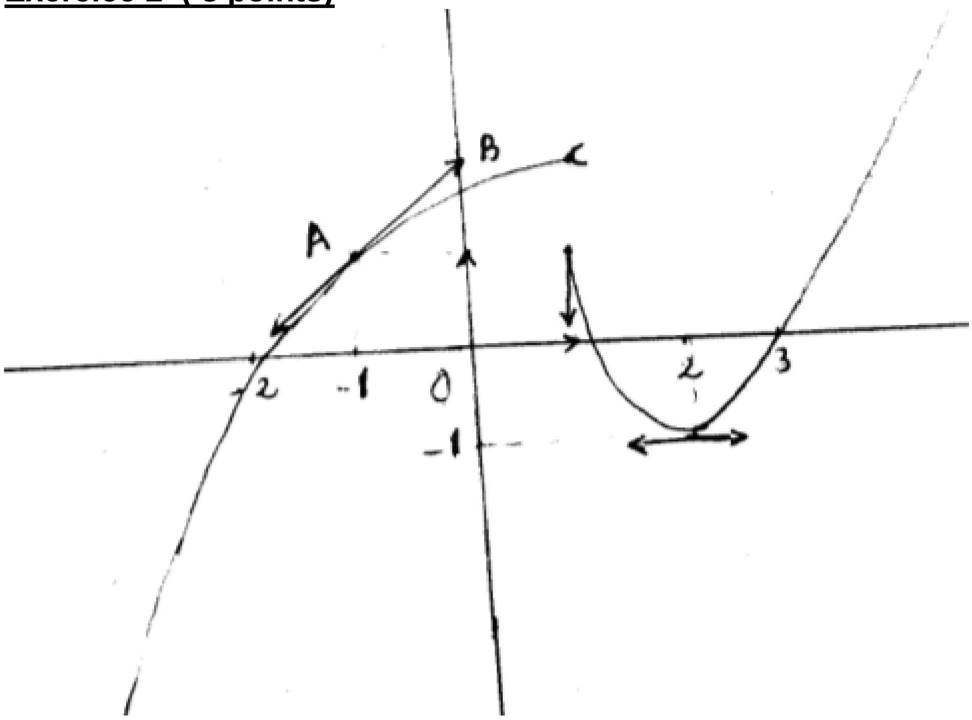
1) La $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}^-} f\left(\frac{1}{\cos x}\right)$ est égale à :

a) $+\infty$ b) 2 c) 1

2) Pour tout $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ on à :

a) $h'(x) = f'\left(\frac{1}{\cos x}\right)$ b) $h'(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x} f'\left(\frac{1}{\cos x}\right)$ c) $h'(x) = -\frac{\sin x}{\cos^2 x} f'\left(\frac{1}{\cos x}\right)$

Exercice 2 (3 points)



Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

C_f admet une branche parabolique de direction $\left(O, \vec{j}\right)$ au voisinage de $+\infty$ et au voisinage de $-\infty$.

1) Déterminer $f'(2)$.

2) Déterminer $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

3) Donner une équation cartésienne de la tangente à C_f au point A.

4) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

5) Déterminer $f\left(\left[-2,1\right[\right)$ et $f\left(\left[1,+\infty\right[\right)$

Exercice 3 (7 points)

Soit $\alpha \in \left]0,\pi\right[$ .On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation

(E_α) : $z^2-(1+2\cos\alpha)z+1+\cos\alpha-i\sin\alpha=0$.

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E_{\frac{\pi}{3}})$.

2) a) Vérifier que pour tout $\alpha \in \left]0,\pi\right[$ on a : $4\cos^2\alpha+4i\sin\alpha-3=(1+2i\sin\alpha)^2$.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_α).

3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\Re=(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = e^{-i\alpha}$ et $z_B=1+e^{i\alpha}$.

a) Ecrire z_B sous forme exponentielle.

b) Déterminer l'ensemble des points B lorsque α décrit $\left]0,\pi\right[$.

c) Déterminer l'affixe du point C tel que $OACB$ soit un parallélogramme.

d) Déterminer α pour que $OACB$ soit un rectangle.

4) Calculer AB. Pour quelle valeur de α AB est maximale.

Exercice 4 (7 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2+3}-3 & \text{si } x\in\left]-\infty,1\right[\\ 2x-3+\dfrac{2}{x}\cos\left(\dfrac{\pi}{2}x\right) & \text{si } x\in\left[1,+\infty\right[\end{cases}$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet au moins une solution α dans $\left[1,3\right]$

3) Soit g la fonction définie sur $\left[0,1\right]$ par : $g(x)=f\left(1+\sin\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)\right)$.

Montrer que g est continue sur $\left[0,1\right]$.

4) a) Calculer $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ (On pourra poser $h=x-1$)

b) Etudier la dérivabilité de f en 1 et interpréter graphiquement les résultats.

c) Justifier que f est dérivable sur chacun des intervalles $\left]-\infty,1\right[$ et $\left]1,+\infty\right[$ et donner l'expression de $f'(x)$.