REBUPLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION

**EXAMEN DE BACCALAURÉAT**
**SESSION DE JUIN 2011**
**SECTION : SCIENCES DE L'INFORMATIQUE**
**ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES** **DUREE : 3 h** **COEFFICIENT : 3**

**SESSION PRINCIPALE**

**Correction proposée par : M. Abderrazek BERREZIG – Professeur principal -** Lycée ASSAD IBN AL FOURAT OUED ELLIL

## Exercice 1 :

**1)** $(E): z^3 + iz^2 - 2z + 4i = 0$ donc i est une solution de (E).

**a)** $(i)^3 + i(i)^2 - 2i + 4i = -i - i + 2i = 0$

**b)** i est une solution de (E) donc $z^3 + iz^2 - 2z + 4i = (z-i)(z^2 + bz + c)$

Par identification : $b - i = i$ et $-ic = 4i$ d'où $b = 2i$ et $c = -4$

$(E) \Leftrightarrow (z-i)(z^2 + 2iz - 4) = 0 \Leftrightarrow z = i$ ou $z^2 + 2iz - 4 = 0$

**2) a)** $(E) \Leftrightarrow z = i$ ou $z^2 + 2iz - 4 = 0$

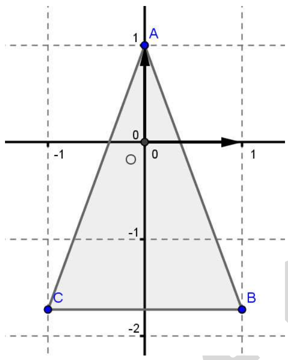
$z^2 + 2iz - 4 = 0$, $\Delta = (2i)^2 - 4\times(-4) = 12 = (2\sqrt{3})^2$

Les solutions de cette équation sont : $z' = \dfrac{-2i + 2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} - i$ et $z' = \dfrac{-2i - 2\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3} - i$

$$S_{\mathbb{C}} = \{i, \sqrt{3} - i, -\sqrt{3} - i\}$$

**b)** *HORS PROGRAMMES*

**3) a)**




**b)** $AB = |z_B - z_A| = |\sqrt{3} - i - i| = |\sqrt{3} - 2i| = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ et

$AC = |z_C - z_A| = |-\sqrt{3} - 2i| = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ donc AB = AC ainsi le triangle ABC est isocèle en A

## Exercice 2

**1)** x : désigne le prix d'achat du scanner .
y : désigne le prix d'achat d'un ordinateur.
z : désigne le prix d'achat d'une imprimante.

Le premier lycée a acheté : 1 scanner, 2 ordinateurs et 3 imprimantes à 3200D ce traduit par l'équation :
$x + 2y + 3z = 3200$

Le second lycée a acheté : 4 scanners, 2 ordinateurs et 5 imprimantes à 3200D ce traduit par l'équation :
$4x + 2y + 5z = 4600$

Le troisième lycée a acheté : 1 scanner, 2 ordinateurs et 3 imprimantes à 3200D ce traduit par l'équation :
$x + 2y + 3z = 2700$

Ainsi ( x , y , z) est la solution du système : $(S)\begin{cases} x+2y+3z=3200 \\ 4x+2y+5y=4600 \\ 3x+y+3z=2700 \end{cases}$

**2)** $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ et $B=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 3 & -6 & 7 \\ -2 & 5 & -6 \end{pmatrix}$

a) $\det A = 6-5-4\times(6-3)+3\times(10-6)=1-12+12=1\neq 0$ donc A est inversible.

$A\times B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}\times\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 3 & -6 & 7 \\ -2 & 5 & -6 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ d'où B est l'inverse de A.

**3)** $(S)\begin{cases} x+2y+3z=3200 \\ 4x+2y+5y=4600 \\ 3x+y+3z=2700 \end{cases} \Leftrightarrow AX=M$ avec $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ , $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $M=\begin{pmatrix} 3200 \\ 4600 \\ 2700 \end{pmatrix}$

Donc la solution de (S) est : $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=B\times M=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 3 & -6 & 7 \\ -2 & 5 & -6 \end{pmatrix}\times\begin{pmatrix} 3200 \\ 4600 \\ 2700 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 200 \\ 900 \\ 400 \end{pmatrix}$

$S_{IR^3}=\{(200\ ,\ 900\ ,\ 400)\}$

**Exercice 3 :**

**1)** $(E): 8x+5y=100$

**a)** $(x,y)$ est une solution de (E) alors $8x+5y=100 \Leftrightarrow 8x=100-5y=5(20-y)$ donc 5 divise 8x or $8\wedge 5=1$ donc d'après le théorème de Gauss 5 divise x d'où x est un multiple de 5.

**b)** x est un multiple de 5 donc $x=5k$ , $k\in\mathbb{Z}$ on remplace dans (E) on obtient $y=20-8k$ , $k\in\mathbb{Z}$

Réciproquement pour tout $k\in\mathbb{Z}$ le couple $(5k\ ,\ 20-8k)$ vérifie l'équation (E)

D'où $S_{\mathbb{Z}^2}=\{(5k\ ,\ 20-8k), k\in\mathbb{Z}\}$

**2)** On désigne par x le nombre des lycéens et y celui des collégiens on obtient : $8x+5y=100$ avec

$x\geq 0$ et $y\geq 0$ donc $\begin{cases} 5k\geq 0 \\ 20-8k\geq 0 \Leftrightarrow k\leq \dfrac{20}{8} \end{cases}$ donc $0\leq k\leq 2$

D'après 1) $\begin{cases} x=5k \\ y=20-8k \\ k\in\{0,1,2\} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=20 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x=5 \\ y=12 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x=10 \\ y=4 \end{cases}$


ECOLE NUMERIQUE

**Exercice 4 :**

Soit f la fonction définie sur $[0\ ,\ +\infty[$

| x | 0 | | $\sqrt{e}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| f'(x) | | + | 0 | – | |
| f(x) | 0 | ↗ | $\dfrac{e}{2}$ | ↘ | $-\infty$ |

**1) a)** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

**b)** $f(1)=1$ et $f'(1)=1$

**2)** $\begin{cases} f(x)=x^2(1-\ln x) \text{ pour tout } x\in\, ]0\ ,\ +\infty[ \\ f(0)=0 \end{cases}$

**a)** $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{x^2(1-\ln x)}{x}=\lim\limits_{x\to0^+}x-x\ln x=0$

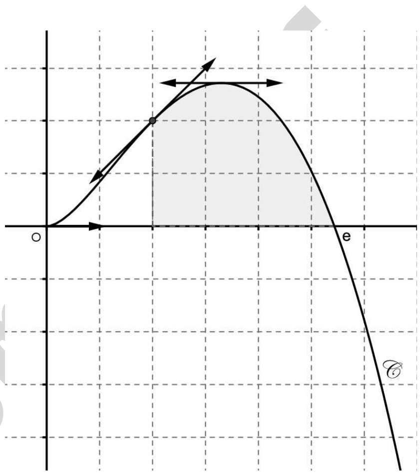
Donc f est dérivable à droite en 0 et $f'_d(0)=0$. La courbe C de f admet une demi-tangente horizontale à l'origine.

**b)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2(1-\ln x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}x(1-\ln x)=-\infty$ donc C admet une branche parabolique verticale au voisinage de $+\infty$

**c)** $f(x)=0\Leftrightarrow x^2(1-\ln x)=0\Leftrightarrow x=0$ ou $\ln x=1\Leftrightarrow x=0$ ou $x=e$

Les coordonnées des points d'intersection de la courbe C et l'axe des abscisses $(0,0)$ et $(e,0)$.

**d)**




**3)** $\mathscr{A}=\displaystyle\int_1^e f(x)\,dx=\int_1^e x^2(1-\ln x)\,dx$. On pose $\begin{cases}u(x)=1-\ln x\\ v'(x)=x^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u'(x)=-\dfrac{1}{x}\\ v(x)=\dfrac{x^3}{3}\end{cases}$

Ainsi $\mathscr{A}=\displaystyle\int_1^e x^2(1-\ln x)\,dx=\left[\frac{x^3}{3}(1-\ln x)\right]_1^e+\frac{1}{3}\int_1^e x^2\,dx=-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^e=-\frac{1}{3}+\frac{e^3}{9}-\frac{1}{9}=\frac{e^3-4}{9}$ ua