EXAMEN DU BACCALAUREAT
SESSION DE JUIN 2011

SESSION PRINCIPALE

SECTION : ECONOMIE ET GESTION

EPREUVE : MATHEMATIQUES DUREE : 2 heures COEFFICIENT : 2

Exercice 1 :

1) L'ensemble de définition de la fonction f définie par $f(x)=\ln\left(\frac{1}{x+5}\right)$ est $]-5,+\infty[$.

Réponse : b

2) La dérivé de la fonction g définie sur IR par $g(x)=\ln\left(x^2+5x+10\right)$ est $g'(x)=\frac{2x+5}{x^2+5x+10}$.

Réponse : c

3) La matrice associé au système $\begin{cases}2x-y+z=1\\3x-y+2z=2\\x+y+z=-1\end{cases}$ est $\begin{pmatrix}2&-1&1\\3&-1&2\\1&1&1\end{pmatrix}$.

Réponse : c

4) La matrice inverse de $\begin{pmatrix}2&1\\1&1\end{pmatrix}$ est $\begin{pmatrix}1&-1\\-1&2\end{pmatrix}$.

Réponse : c

5) La matrice associé au graphe est $\begin{pmatrix}1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&1&0\\1&0&1&1\end{pmatrix}$; **Réponse : b**

6) La moyenne de la série égale à 2 ,8 ; **Réponse : a**

Exercice 2 :

$$A=\begin{pmatrix}2&2&1\\-1&-1&-1\\1&2&2\end{pmatrix}$$

1) a) On a $\det(A)=1\neq 0$ donc A est inversible.

b) $M=2I_3-A=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&2&1\\-1&-1&-1\\1&2&2\end{pmatrix}$ donc $M=\begin{pmatrix}0&-2&-1\\1&3&1\\-1&-2&0\end{pmatrix}$.

c) $A\times M=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ donc $A\times M=I_3$ alors M est la matrice inverse de A. $A^{-1}=M=\begin{pmatrix}0&-2&-1\\1&3&1\\-1&-2&0\end{pmatrix}$

2) a) L'écriture matricielle du système (S) : $\begin{cases} 2x+2y+z=5 \\ -x-y-z=-2 \\ x+2y+2z=3 \end{cases}$

est : $A \times X = B$ avec $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

b) La solution du système (S) est $X = A^{-1} \times B$

Donc $X = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ donc $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=-1 \end{cases}$

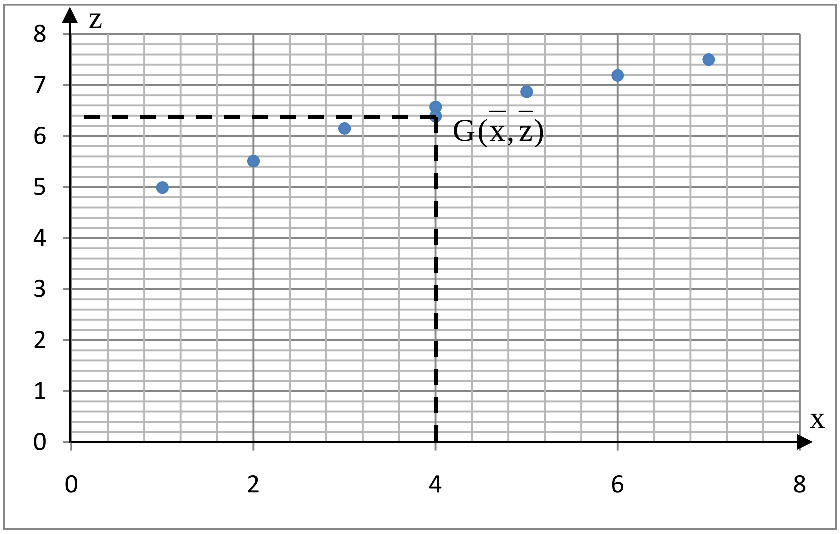
Exercice 3 :

1) a)

x	1	2	3	4	5	6	7
z = ln(y)	**4,99**	**5,51**	**6,15**	**6,57**	**6,87**	**7,19**	**7,50**

b) $\overline{x} = 4$ et $\overline{z} = 6,39$

c) Nuage de points associé à la série (x, z).



d) Une équation de la droite de régression linéaire (D) de z en x par la méthode des moindres carrées

est $D : z = 0,42x + 4,74$

2) a) On a $z = \ln(y)$ donc $y = e^z = e^{0,42x+4,74} = e^{4,74} \times e^{0,42x}$ alors $y = e^z = e^{0,42x+4,74} = 114,43e^{0,42x}$.

Donc $y = \alpha e^{\beta x}$, avec $\alpha \simeq 114,43$ et $\beta \simeq 0,42$

b) Le rang de la période $[2010, 2015[$ est $x = 9$, or pour $x = 9$ on a $y \simeq 5013$. Donc une estimation de la dépense moyenne, par personne et par ans pendant la période $[2010, 2015[$ est 5013 dinars

Exercice 4 :

1) a) On a le nombre d'unités est 400 donc x = 4 , graphiquement pour x = 4 on a f(x) = 2 , donc le solde journalier réalisé sur la vente de 400 unités est 2 millions de dinars

b) La quantité journalière fabriqué et vendue pour réaliser un bénéfice maximum est obtenue pour x = 3 donc la quantité est 300 unités.

c) On a pour $x \geq 2$, $f(x) \geq 0$, donc la quantité journalière fabriqué et vendue à partir de la quelle l'entreprise ne vend pas à perte est 200 unités.

2) a) On a $f(x) = (ax+b)e^{-x+4}$.

- On a f(4) = 2 donc $(4a+b)e^{0} = 2$ alors $4a+b=2$.

- On a f(2) = 0 donc $2a+b=0$

Donc les réels a et b vérifient le système $\begin{cases} 4a+b=2 \\ 2a+b=0 \end{cases}$.

b) On a $\begin{cases} 4a+b=2 \\ 2a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+b=2 \\ b=-2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a=2 \\ b=-2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$

c) Le solde moyen en milliers de dinars, réalisé en une journée est $S_m = \bar{f} = \dfrac{1}{5-1,5}\displaystyle\int_{1,5}^{5}(x-2)e^{-x+4}dx$,

donc $S_m = \dfrac{2}{7}\displaystyle\int_{\frac{3}{2}}^{5}(x-2)e^{-x+4}dx$.

Calcule de l'intégrale $I = \displaystyle\int_{\frac{3}{2}}^{5}(x-2)e^{-x+4}dx$.

On pose $\begin{cases} u(x) = x-2 \rightarrow u'(x) = 1 \\ v'(x) = e^{-x+4} \rightarrow v(x) = -e^{-x+4} \end{cases}$

alors $I = \left[-(x-2)e^{-x+4}\right]_{\frac{3}{2}}^{5} + \displaystyle\int_{\frac{3}{2}}^{5} e^{-x+4}dx = \left[-(x-2)e^{-x+4}\right]_{\frac{3}{2}}^{5} + \left[-e^{-x+4}\right]_{\frac{3}{2}}^{5} = \left[-(x-2)e^{-x+4} - e^{-x+4}\right]_{\frac{3}{2}}^{5}$

donc $I = \left[(-x+1)e^{-x+4}\right]_{\frac{3}{2}}^{5} = -4e^{-1} + \dfrac{1}{2}e^{\frac{5}{2}} = \dfrac{1}{2}e^{\frac{5}{2}} - \dfrac{4}{e}$ donc $S_m = \dfrac{2}{7}\left(\dfrac{1}{2}e^{\frac{5}{2}} - \dfrac{4}{e}\right)$.

Une valeur approchée de S_m à 10^{-3} est $S_m \simeq 1,319$