Chapitre :	FONCTIONS EXPONENTIELLS
Niveau ciblé :	4 ème Maths/Sc-Ex/Sc-Inf/Sc-Tech

Exercice N°1 :

Dans tout le problème $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ est un repère orthonormé du plan P.

On note *f* la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$. On appelle C la courbe représentative de *f* dans le repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

Partie A

1) Etude de *f*:

a) Calculer les limites de *f* en $-\infty$ et $+\infty$. Justifier vos calculs.

b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

2) Donner l'expression de $f'(x)$. Dresser le tableau de variation de *f*. Préciser $f(0)$.

3) Déterminer une équation de la tangente à C au point d'abscisse $x = 0$; on note T_0 cette tangente.

4) a) Soit x un réel quelconque. Calculer $f(x)+f(-x)$.

b) Quelle propriété de symétrie peut on déduire de la question précédente ?

c) Tracer C, ses asymptotes et la tangente T_0 .

Partie B

1) a) On pose $u(x)=1+e^{-x}$. Calculer $u'(x)$.

b) En déduire la primitive F de f qui prend la valeur $-\ln 2$ en $x = 0$.

2) a) On pose $A=\int_0^1 f(x)dx$. Calculer A.

b) Déterminer le réel c tel que $A=\ln c$.

3) Pour tout entier naturel n non nul on pose $v_n=\int_{\frac{1}{n}}^{1+\frac{1}{n}} f(x)dx$.

a) Exprimer v_n en fonction de n.

b) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

Exercice N°2 :

Soit *f* la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\ln(e^{2x}-e^{x}+1)$

1)Montrer que $e^{2x}-e^{x}+1$ est strictement positif pour tout réel *x*. Étudier les variations de la fonction *f*.

Soit (C) la courbe représentative, dans un repère orthonormé, de la fonction *f*.

2)Préciser les limites de *f* en $+\infty$ et $-\infty$

3) Vérifier que $f(x)-2x=\ln(1-e^{-x}+e^{-2x})$ et montrer que $f(x)-2x$ tend vers une limite lorsque *x* tend vers $+\infty$. En déduire l'asymptote correspondante de (C).

4) Construire la courbe (C) (on précisera la tangente au point de (C) d'ordonnée nulle).

5) Déterminer, en utilisant la courbe (C), le nombre de solutions réelles de l'équation d'inconnue *x* :

$$e^{2x}-e^{x}+1=\frac{7}{8}$$

a) Par le calcul,

b) En utilisant la courbe (C).

Exercice N°3 :

Partie A

Soit la fonction *g* définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=(x-1)e^{x}+1$

1. Calculer $g'(x)$ et étudier son signe **.**
2. Dresser le tableau de variation de la fonction *g* (le calcul des limites n'est pas demandé) .
3. Déduire de la question précédente le signe de $g(x)$

Partie B

On considère maintenant la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(x-2)e^{x}+x$

On appelle C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité graphiques 2 cm.

1. Déterminer les limites de *f* en $+\infty$ et $-\infty$.
   a. Vérifier que pour tout *x* de $\mathbb{R}$ $f'(x)=g(x)$ **.**
   b. En utilisant la partie **A**, déterminer le tableau de variations de *f* **.**
2. **a.** Démontrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique notée α
   b. Déterminer un encadrement de 10^{-2} de α .
   a. Montrer que la droite Δ d'équation $y=x$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$.
   b. Etudier la position de C par rapport à Δ.
   c. Montrer qu'il existe un point A de la courbe ou la tangente est parallèle à Δ.
   déterminer les coordonnées du point A.
   Tracer la courbe C dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, la droite Δ et la tangente en A à la courbe C.
3. Soit l'aire A en cm² de la partie du plan délimitée par C, la droite Δ et les droites d'équations $x=0$ et $x=2$. Déterminer la valeur exacte de A, puis sa valeur arrondie à 0,01 près.