Lycée –Secondaire - Remada
*** *** ***
Année scolaire :2010 -2011
*** *** ***
Prof : Ben Ahmed Mohamed

Devoir de synthèse N 1

Classe :4^{éme} sciences

Epreuve :mathématiques Durée : 2h

Exercice N1 :QCM (3points)

Pour chacune des questions, une seule des trois propositions est exacte. Indiquera sur sa copie le numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification ne demandée.
Une réponse juste vaut 0.75 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1/soit f la fonction définie sur $[-2,2]$ par f(x)= $x\ \sqrt{4-x^2}$ et (ξ) la courbe de f dans un repère orthonormé.

a) la courbe (ξ) admet une seule tangente horizontale sur $[-2,2]$
b) la courbe (ξ) admet au moins deux tangentes horizontales sur $[-2,2]$
c) la courbe (ξ) n'admet pas de tangente horizontale sur $[-2,2]$

2/ $\lim_{x\to 1}\frac{x\ \sqrt{4-x^2}-\sqrt{3}}{x-1}$ est egale à :

a) 0 b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

3/$Si(U_n)est$ la suite définie sur ℕ par $U_n = (\frac{2010}{2011})^n + 1$ alors :

a- $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 1$ b- $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = +\infty$ c- $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 0$

4/ Soit z un nombre complexe d'argument non nul θ.Un argument de $(-1+i\sqrt{3})\bar{z}\ est$:

a) $\theta + \frac{2\pi}{3}$ c) $\frac{\pi}{3} - \theta$ c) $\frac{2\pi}{3} - \theta$

Exercice N2 : (6points)

Dans la figure (1) de la page 3/3, $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ est un repère orthonormé directe du plan , φ est le cercle de centre O et de rayon 2 et B est le point d'affixe Z_B

1/a) Déterminer par un lecture graphique le module et un argument de Z_B

b)En déduire que $z_B = -\sqrt{3} + i$

2/ a) placer sur la figure les points A et C d'affixes respectives $z_A = \sqrt{3} + i$ et $z_C = 2i$

b)montrer que le quadrilatère OACB est un losange.

3/a) Résoudre dans ℂ l'équation (E): $z^2 - 2iz - 4 = 0$

b) Mettre sous forme exponentielle les solutions de (E).

4/Soit P(z) = $z^3 - 4iz^2 - 8z + 8i$

a) Vérifier que P(2i) = 0
b) Déterminer les nombres complexes m et p tels que P(z) = (z- 2i) (z^2 + mz + p)
c) Résoudre alors dans ℂ l'équation P(z) = 0

Exercice N3 :(5points)

Dans l'annexe ci-joint (figure 2) page 3/3 on représenté dans un repère orthonormé $(O,\vec{U},\vec{V})$ la courbe (ξ) de la fonction f définie sur $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$ par f(x) = $1+\sin(\pi x)$

- (ξ) admet deux demi-tangentes horizontales aux points d'abscisses $-\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{2}$
- La tangente T à (ξ) au point d'abscisse 0 passe par le point $A\ (1\ ,1+\pi)$

I. En utilisant le graphique

1/a) Déterminer $f(\frac{1}{2})$, $f(-\frac{1}{2})$, f(0) et $(f)'_g(\frac{1}{2})$

b) Montrer que f réalise une bijection de $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$ sur [0,2] , on note f^{-1} la fonction réciproque de f et (ξ') la courbe représentative de f^{-1} dans $(O,\vec{U},\vec{V})$

c) Tracer le courbe (ξ') et les demi tangentes à (ξ') aux points d'abssices 0 et 2

2/ Dresser le tableau de variation de f^{-1}

II. 1/. Déterminer $f'(0)$, $f^{-1}(1)$ et $(f^{-1})'(1)$

2/ a) Montrer que f^{-1} est dérivable sur]0,2[

b)Montrer que $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{2x-x^2}}$

c) Etudier la dérivabilité de f^{-1} à droite en 0 et à gauche en 2.

Exercice N4 :(6points)

A/ Soit f la fonction définie sur$]1,+\infty[$ par :$f(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$

1) Dresser le tableau de variation de f

2) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans IR une unique solution $\propto$ *et que* $\frac{3}{2} < \propto < 2$

B/ Soit g la fonction définie sur par$[1,+\infty[$:$g(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$

1/ Montrer que l'équation $g(x) = x$ équivaut à $f(x) = 0$

2/a) Dresser le tableau de variation de g

b) Déterminer g ([1,2])

3/a)Montrer que pour tout x de $[1,+\infty[$:$|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$

b)En déduire que pour tout x de $[1,+\infty[$: $|g(x)-\propto| \leq \frac{1}{2}|x-\propto|$

4/ Soit la suite réelle (Un) définie sur IN par :$\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = g(U_n) \end{cases}$

a)Montrer que pour tout n de IN ,$1 < U_n < 2$

b) Montrer que ,pour tout n de IN, $|U_{n+1}-\propto| \leq \frac{1}{2}|U_n-\propto|$

c)En déduire que $|U_n-\propto| \leq (\frac{1}{2})^n \left|\frac{3}{2}-\propto\right|$

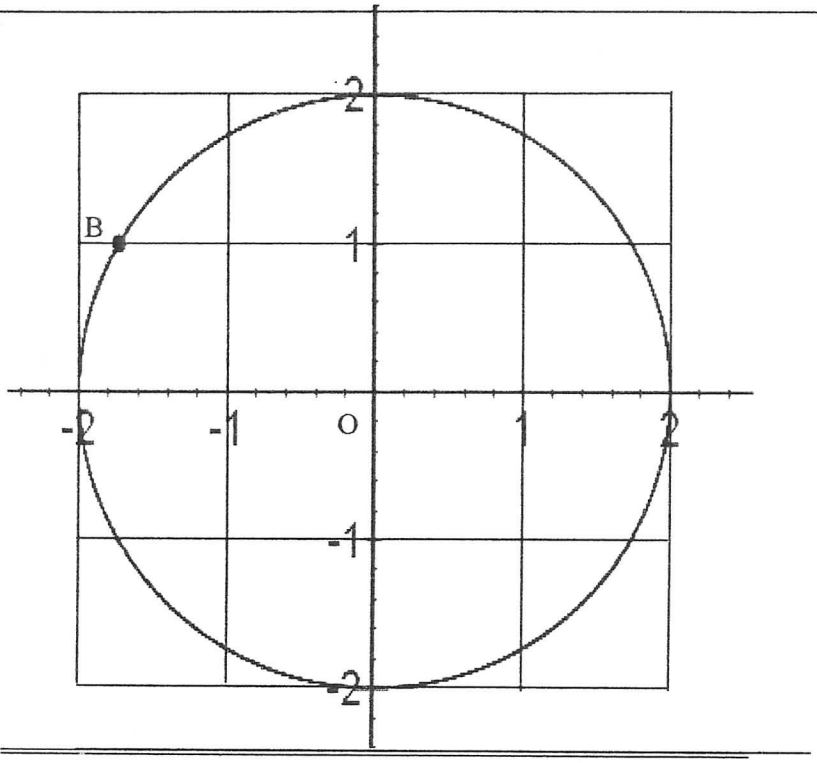
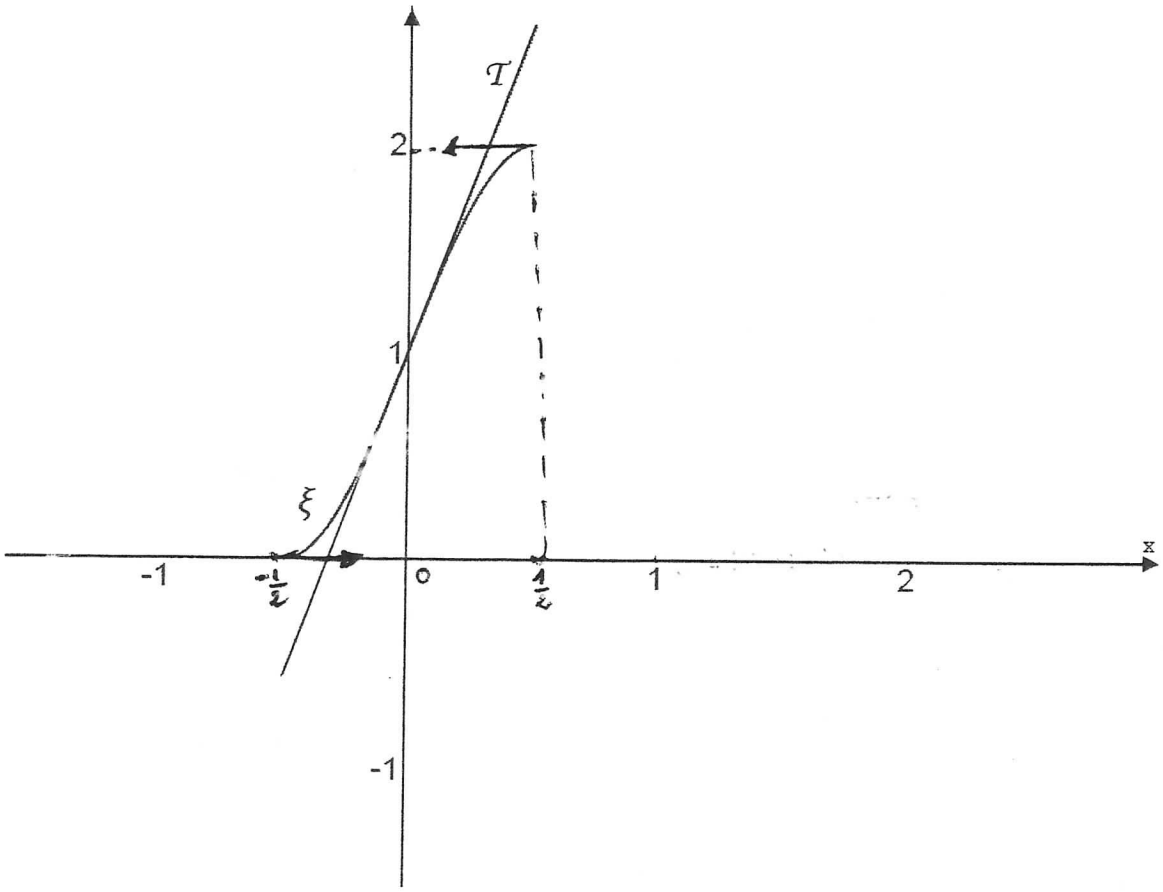
d) En déduire que (Un) est converge et déterminer sa limite.

Non et prénom :.....

Exercice N°2

Annexe à rendre avec la copie

Figure N° 1 :



Exercice N°4 :(figure2)